OPTIMIZĂRI ÎN SISTEMELE ENERGETICE

APLICAȚII PRACTICE

OPTIMIZĂRI ÎN SISTEMELE ENERGETICE
APLICAŢII PRACTICE

Gheorghe GRIGORAŞ

OPTIMIZĂRI ÎN SISTEMELE ENERGETICE

APLICAŢII PRACTICE

Tehnoredactare computerizată:
Gheorghe Grigoraş

CUPRINS

PREFAȚĂ

Cartea se adresează în primul rând studenților și absolvenților de inginerie energetică, permițând o familiarizare a acestora cu aplicarea metodelor de optimizare în rezolvarea diverselor probleme din sistemele electroenergetice. De asemenea, se pune accent pe noțiunea de modelare, aceasta fiind esența tehnicii moderne de conducere a proceselor. Astfel, pentru punerea la punct a unui procedeu de conducere este necesară dezvoltarea unui model care să mărească partea de anticipație în calculul acțiunilor și să limiteze rolul feedbackului. Rolul feedbackului într-un sistem modern de conducere este cu atât mai puțin important, cu cât modelul furnizează o reprezentare cât mai precisă a procesului și a reacțiilor sale la comenzile care i se aplică.

În practică, situațiile în care se definesc problemele sunt mult mai complexe deoarece numărul variantelor/strategiilor poate fi foarte mare, numărul obiectivelor poate fi și el foarte mare, iar unele dintre acestea sunt incompatibile. În aceste situații, pentru a putea formula corect o problemă este necesar să se cunoască cine ia decizia, ce variabile (parametri) putem controla și între ce limite. Modul de formulare al problemelor de optimizare, respectiv rezolvarea matematică corespunzătoare a acestora, depind de datele (informațiile) de care se dispune la momentul respectiv cu privire la diferitele rezultate posibile. Familiarizarea cu astfel de aspecte practice este mai mult decât o abilitate de calcul ce se dezvolta în special în matematică. Ea presupune înțelegerea modelului matematic, a tehnicilor de optimizare care trebuie utilizate și o deprindere spre rezolvarea problemelor complexe în diferite contexte.

Aplicațiile practice prezentate în carte se concentrează pe modelarea matematică a celor mai întâlnite probleme din sistemul energetic: optimizarea consumului de combustibil, repartizarea investițiilor între diverse obiective energetice, aplatizarea curbelor de sarcină, minimizarea variațiilor de tensiune din rețelele electrice, repartizarea optimală a puterilor active între centralele electrice, repartizarea sarcinilor între grupurile unei centrale electrice, dimensionarea a staţiilor/posturilor de transformare, optimizarea fiabilității sistemelor de distribuție, economia de energie în rețelele electrice etc. Rezolvarea se face cu ajutorul unui mediu de dezvoltare adecvat pentru calculul matematic, precum Matlab-ul. Toți cei care folosesc acest mediu, trebuie să cunoască care sunt obiectivele urmărite, care dintre metodele de optimizare pot fi aplicate în scopul determinării soluției problemei modelate, precum și mijloacele necesare pentru o implementare corectă.

Gheorghe Grigoraș

LUCRAREA 1

OPTIMIZAREA CU MATLAB

1. 1. Aspecte generale

Conducerea, în general, şi a unor procese, în particular, este reprezentată printr-un şir succesiv de decizii, iar acestea reprezintă alegeri între mai multe alternative disponibile, cu scopul atingerii unuia sau mai multor obiective. Fundamentarea ştiinţifică a deciziei, indiferent de situaţia implicată, poate fi considerată ca un proces general, sistematic, constând din mai multe trepte: definirea problemei, evidenţierea variantelor disponibile, evaluarea variantelor posibile din punct de vedere al consecinţelor, fundamentarea şi selectarea variantei optimale.

Modelele de optimizare iau forma unor ecuaţii, care deşi din punct de vedere matematic pot fi foarte complicate, au o exprimare formală foarte simplă:

$$\max\ (\min) F(X), \quad X = [x_1, x_2, \ldots, x_n]_t \tag{1.1}$$

unde:

F – reprezintă valoarea criteriului (utilitatea) ce caracterizează funcţionarea sistemului;

X – vectorul variabilelor controlate sau de optimizare (ale căror valori pot fi măsurate, modificate sau fixate arbitrar).

In plus, la modelul (1.1) se mai adaugă, de cele mai multe ori, una sau mai multe ecuaţii sau inecuaţii, care indică faptul că variabilele de optimizare trebuie să se încadreze între anumite limite. Restricţiile reprezintă relaţii de constrângere care trebuie satisfăcute pentru ca soluţia să fie acceptabilă practic. O restricţie de egalitate, exprimată implicit sau explicit are forma:

$$h_i(X) = 0, \quad i = 1, \ldots, m \tag{1.2}$$

Teoretic, fiecare restricţie de egalitate poate fi folosită pentru eliminarea unei variabile, lucru care uneori este foarte complicat sau chiar imposibil din punct de vedere algebric. O restricţie de inegalitate are forma:

$$g_i(X) \leq (\geq) 0, \quad i = 1, \ldots, p \tag{1.3}$$

Se poate menţiona faptul că restricţiile de inegalitate au o importanţă majoră în căutarea unei soluţii mai bune pentru o problemă de optimizare.

Funcţia *F*, numită şi funcţie obiectiv sau funcţie scop, formează împreună cu restricţiile modelul sistemului care urmează a fi optimizat. Acesta reprezintă atât un model al sistemului cât şi un model de decizie. Modelul respectiv poate fi folosit pentru a găsi exact sau aproximativ valorile optime ale variabilelor controlabile, adică acele valori care asigură cea mai bună performanţă a sistemului.

Teoria optimizării s-a bazat, într-o primă etapă, pe dezvoltările matematice ale secolelor precedente, în care "lumea" era curată, alcătuită din funcţii pătratice, cu restricţii ideale şi derivabilitate omniprezentă. Dar "lumea" reală este plină de discontinuităţi, spaţii şi soluţii perturbate, care se pretează cu dificultate proceselor iterative de determinare a soluţiilor perturbate, care se pretează cu dificultate proceselor iterative de determinare a soluţiilor optimale. De aceea optimizarea bazată doar pe calcule matematice nu poate fi întotdeauna aplicată. Metodele principale folosite în cazul problemelor de optimizare se pot clasifica, pe baza tehnicilor de programare folosite, astfel:

- Metode bazate pe programarea liniară;
- Metode bazate pe programarea neliniară;
- Metode bazate pe programarea dinamică.

1.2. Optimizarea cu MatLab

Produsul MatLab este compus dintr-o serie de programe standard scrise pentru calcule matematice, modelare şi simulare numerică, prelucrări de date statistice, reprezentări grafice asistate de calculator.

Cea mai importantă caracteristică a MatLab-ului este uşurinţa cu care poate fi extins. Prin aceasta, orice utilizator poate adăuga, propriile programe scrise în MatLab, la fişierele originale, dezvoltand aplicaţii specifice domeniului în care lucrează.

De asemenea, MatLab-ul include aplicaţii specifice, numite Toolbox-uri. Acestea sunt colecţii extinse de funcţii MatLab (fişiere *.m) care dezvoltă mediul de programare de la o versiune la alta, pentru a rezolva probleme din domenii variate. Structural, MatLab-ul este organizat sub forma unui nucleu de bază, cu interpretor propriu, în jurul căruia sunt construite toolbox-urile.

Din cadrul acestui grup de programe face parte şi toolbox-ul Optim. Optim este o colecţie de funcţii utilizată pentru optimizarea liniară şi neliniară, ce grupează următoarele tipuri de probleme:

- programare liniară şi pătratică;
- determinarea minimului şi maximului;
- funcţii neliniare rezolvate în sensul celor mai mici pătrate;
- rezolvarea ecuaţiilor neliniare;
- rezolvarea problemelor de minimax şi semi-infinite;
- optimizarea multiobiectiv.

Fiecare componentă a setului de programe Optim este o funcţie MatLab (fişier *.m). Acestea sunt:

1. programe pentru minimizarea funcţiilor neliniare:

    - **fgoalattain** - probleme multi-obiectiv;
    - **fmincon** - minimizare cu restricţii;
    - **fminbnd** - minimizare fără restricţii, cazul unidimensional;
    - **fminunc** - minimizarea fără restricţii cu metode de tip gradient;
    - **fminsearch** - rezolvarea ecuaţiilor neliniare;

- **lsqnonlin** - aplicarea metodei celor mai mici pătrate;
- **fminimax** - căutarea soluţiei minimax;
- **fseminf** - minimizarea semi-inf.

2. programe pentru probleme de minim date matricial:

- **linprog** - programare liniară;
- **quadprog** - programare pătratică;
- **lsqnonneg** - aplicarea metodei celor mai mici pătrate în condiţii de nonnegativitate.

Setarea opţiunilor implicite de lucru pentru MatLab, precum şi stabilirea configuraţiei dorite de utilizator se realizează cu funcţia optimset. Funcţia optimset returnează vectorul options. Componentele acestuia sunt folosite de funcţiile de mai sus în totalitate sau parţial. In cele ce urmează se vor prezenta cele mai utilizate componente ale vectorului options.

- **Display** - dacă are valoarea ”iter” atunci se afişează valorile de ieşire la fiecare iteraţie; dacă are valore ”final” se vor afişa rezultatele procesului de optimizare din ultima iteraţie;
- **MaxFunEvals** - numărul de evaluări al funcţiei obiectiv;
- **MaxIter** - numărul maxim de iteraţii;
- **TolFun** - toleranţa de oprire pentru valoarea funcţiei obiectiv;
- **DiffMaxChange** - valoarea maximă de modificare pentru variabile în metoda diferenţelor finite;
- **DiffMinChange** - valoarea maximă de modificare pentru variabile în metoda diferenţelor finite;
- **GradObj** - gradientul funcţiei obiectiv definit de utilizator;
- **GradConstr** - gradienţii pentru restricţiile neliniare definiţi de utilizator;
- **Hessian** - Hessianul funcţiei obiectiv definit de utilizator;
- **LineSearchType** - indică folosirea algoritmului liniar de căutare;
- **TolCon** - toleranţa de oprire la încălcarea restricţiilor.

Exemplu: options = optimset('Display','iter','TolFun',1e-8)

Funcţia optimset returnează vectorul options în care parametrul Display este setat pe valoarea 'iter', iar parametrul TolFun este setat pe valoarea 1e-8.

1.3. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Se studiază sintaxele funcțiilor Matlab corespunzătoare rezolvării problemelor de programare liniară. Se vor identifica variabilele de intrare si variabilele de iesire si structura acestora.
3. Se studiază funcțiile Matlab corespunzătoare rezolvării problemelor de programare neliniară. Se vor identifica variabilele de intrare și variabilele de iesire, respectiv structura acestora.
4. Se vor identifica opţiunile implicite de lucru pentru MatLab, precum şi stabilirea configuraţiei dorite de utilizator.

LUCRAREA 2

CRITERIUL ABATERII MEDII PĂTRATICE ÎN APRECIEREA VARIAŢIILOR LENTE DE TENSIUNE DIN REȚELELE ELECTRICE

2.1. Modelarea problemelor de optimizare

O problemă de optimizare este în mod obișnuit un model matematic în care se urmărește minimizarea costului, cheltuielilor, pierderilor sau erorii, respectiv maximizarea profitului, calității sau eficienței. Cel mai adesea un model de optimizare poate fi format din:

FO: $$I = \max(\min)\, F(X), \qquad X = [X_1\ X_2 \ldots X_n] \tag{2.1}$$

RE: $$g_p(X_1, X_2, \ldots X_n) = 0, \quad p = 1, \ldots, k \tag{2.2}$$

$$g_q(X_1, X_2, \ldots X_n \leq 0, \quad q = k+1, \ldots, m \tag{2.3}$$

$$X_j \geq 0, \quad j = 1, \ldots, n \quad n > m \tag{2.4}$$

unde:

X – vectorul variabilelor de optimizare;

$F(X)$ – funcția obiectiv (scop, criteriu) care reprezintă formalizarea matematică;

$g_p(X) = 0$ – reprezintă setul de restricţii de egalitate. Acestea provin din legi generale sau specifice care impun anumite dependențe între variabilele de optimizare și din ecuațiile de funcționare ale sistemului sau procesului;

$g_q(X) \leq 0$ – reprezintă setul de restricţii de inegalitate. Aceste restricţii semnifică imposibilitatea depășirii unor limite care constituie, de obicei, valorile minime sau maxime tehnice ale sistemului sau procesului sau pot fi de natură economico-financiară;

$X_j \geq 0$ se impune din abordarea constructivă a problemei, adică variabila X_j are caracteristica unui resurse (bani, combustibil, timp) care nu poate fi decât pozitivă.

$n > m$ – asigură nedeterminarea sistemului $g_m(X) = 0$ precum și a domeniului de soluții admisibile.

Dacă expresiile funcției obiectiv și ale restricțiilor sunt liniare, atunci problema (2.1) – (2.4) se numește problemă de programare liniară, iar dacă funcția obiectiv și sau una dintre restricții au expresii neliniare atunci problema se numește problemă de programare neliniară.

Modelul (2.1) – (2.4) poate fi folosit pentru a găsi exact sau aproximativ valorile optime ale variabilelor de optimizare, adică acele valori care asigură cea mai bună performanță a sistemului sau procesului. Un aspect deosebit de important în procesul de optimizare este reprezentat de cunoașterea datelor referitoare la sistemul/procesul studiat. Acestea pot influența substanțial rezolvarea procesului de optimizare, deci soluția finală.

Soluția care satisface sistemul de restricții se numește soluție admisibilă. Soluția optimă este aceea soluție care extremizează (minimizează/maximizează) funcția obiectiv, satisfăcând în același timp și sistemul de restricții.

2.2. Criteriul abaterii medii pătratice

În rezolvarea practică a problemelor din orice domeniu se întâlnesc diferite criterii de optimizare. Alegerea unuia sau altuia dintre criterii depinde de construcţia modelului de optimizare. Cele mai des întâlnite criterii de optimizare sunt cele de minimizare sau maximizare a unei funcţii. In aceste cazuri se caută acele valori X_1, X_2, … , X_n ce conduc la extremizarea funcţiei obiectiv. Există criterii generale de optimizare şi criterii particulare provenite din acestea, dar întâlnite drept criterii de sine stătătoare.

Unul dintre aceste criterii îl constituie criteriul abaterii medii pătratice. Acest criteriu se utilizează pentru aprecierea calităţii funcţionării sistemelor de reglare automată, dar şi în alte alte probleme de optimizare.

Fizic, trebuie realizat minimul dispersiei sau al abaterii pătratice medii între semnalul dorit, h (t) and semnalul de ieşire, $X(t)$, Fig. 2.1.

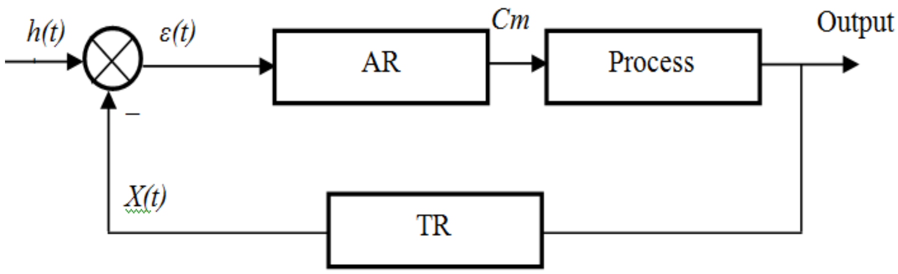

Fig. 2.1. Reprezentarea simplificată a unui sistem de reglare automată

$$I = \overline{\varepsilon^2} = \overline{(h(t) - X(t))^2} = \min! \qquad (2.5)$$

2.3. Indicatori pentru aprecierea variaţiilor lente de tensiune

Pentru aprecierea variaţiilor lente ale tensiunii de alimentare, se folosesc diverşi indicatori, care exprimă "abaterea" tensiunii faţă de valoarea să nominală sau faţă de valoarea sa medie; se mai foloseşte termenul de "nivel de tensiune" , iar în lucrările specialiştilor francezi s-a introdus noţiunea de "iregularitate a tensiunii" . Între diverşii indicatori folosiţi pentru exprimarea variaţiilor lente ale tensiunii în instalaţiile electrice, exista relaţii de strânsă interdependenţă.

2.3.1. Abaterea de tensiune într-un anumit punct al reţelei

Abaterea de tensiune într-un anumit punct al reţelei se estimează, de regulă, prin diferenţa dintre valoarea tensiunii de serviciu şi a celei nominale, în cadrul unui proces determinist sau prin diferenţa dintre valoarea medie şi cea nominal, în condiţiile unei variaţii aleatoare a tensiunii, în care caz timpul ales pentru mediere depinde de caracteristicile concrete ale proceselor din instalaţiile respective.

Abaterea de tensiune faţă de valoarea nominală se poate exprima, deci, în procente din tensiunea nominal a instalaţiei cu o relaţie de formă:

$$\Delta U = \frac{Us - Un}{Un} * 100 = (u-1) \; * 100 \; [\%] \tag{2.6}$$

în care: U_s este tensiunea de serviciu a reţelei măsurată într-un anumit punct şi la un moment dat; U_n – tensiunea nominal a reţelei, respective, tensiunea prin care este denumită reţeaua şi la care se face referirea pentru anumite caracteristici ale funcţionarii acesteia.

2.3.2. Dispersia abaterilor de tensiune

Dispresia abaterilor de tensiune fata de abaterea medie se determina din relatia:

$$\sigma_{\Delta U}^2 = \frac{1}{T} * \int_0^T [\Delta U(t) - \sqrt{\Delta U}\,^2 dt = \frac{100^2}{T} * \int_0^T [u(t) - \bar{u}]^2 \, dt \; [\%] \tag{2.7}$$

în care: σ^2 reprezinta dispersia nivelului de tensiune in jurul valorii medii, iar σ_u este abaterea medie patratică a nivelului de tensiune față de nivelul mediu.

2.3.3. Gradul de iregularitate a tensiunii (valoarea medie patratica a abaterii de tensiune)

Gradul de iregularitate a tensiunii sau valoarea medie pătratica a abaterii de tensiune este un indicator produs de P. Ailleret, care se foloseşte pentru evaluarea calităţii energiei electrice din punct de vedere a variaţiilor lente ale tensiunii; acest indicator se determina cu relaţia:

$$\epsilon_q^2 = \frac{1}{T} * \int_0^T [\,\Delta U(t)]^2 dt = \frac{100^2}{T} * \int_0^T [\,u(t) - 1]^2 dt \; [\%] \tag{2.8}$$

În ceea ce priveşte valorile normale pentru gradul de iregularitate se pot considera următoarele limite de apreciere a calităţii tensiunii din punct de vedere al variațiilor lente:

- $\varepsilon_q^2 \leq 10$ [%] – calitate foarte bună;
- $10 < \varepsilon_q^2 \leq 20$ [%] – calitate bună;
- $20 < \varepsilon_q^2 \leq 50$ [%] – calitate mediocră;
- $\varepsilon_q^2 \geq 100$[%] – calitate necorespunzatoare.

2.4. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Pentru valorile tensiunilor inregistrate în diverse noduri dintr-o rețea de distribuție (puse la dispoziție de către cadrul didactic) se vor determina valorilor indicatorilor corespunzători variațiilor lente de tensiune.
3. Se vor clasifica nodurile în funcție de valoarea gradului de iregularitate a tensiunii.
4. Se vor formula concluzii privind calitatea tensiunii din punct de vedere al variațiilor lente de tensiune.

LUCRAREA 3

CRITERII DE OPTIMIZARE ÎN ENERGETICĂ

3.1. Criterii de optimizare

Alegerea unui criteriu de optimizare depinde de construcţia modelului matematic. Cele mai des întâlnite criterii de optimizare se referă la minimizarea/maximizarea unei funcţii obiectiv. Scopul optimizării este de a determina valorile variabilelor de optimizare (X) pentru care funcţia obiectiv F (X) atinge valoarea extremă (minimă sau maximă). În cadrul lucrării se vor studia cele mai întâlnite criterii de optimizare folosite în energetică: criteriul Cheltuielilor Totale Actualizate, criteriul Venitului Net Actualizat şi criteriul Ratei Interne de Rentabilitate.

3.2. Criteriul Cheltuielilor Totale Actualizate (CTA)

CTA reprezintă un criteriu de tip cost, utilizat exclusiv drept criteriu de analiză comparativă a mai multor variante. CTA permite ierarhizarea acestora sub aspect economic. Expresia de calcul pentru acest criteriu este:

$$CTA = \sum_{t=1}^{T_s} \frac{C_t}{(1+ra)^t} \tag{3.1}$$

unde:

C_t - cheltuielile totale în anul t (investiţii, cheltuieli de exploatare, daune);

ra – rata de actualizare;

t – anul curent;

T_s – durata de studiu.

Stabilirea ratei de actualizare se face, de regulă, în funcţie de nivelul dobânzilor bancare deoarece:

- pentru investiţii sunt necesare şi fonduri de la bănci;
- orice fond poate fi cel puţin depus la bancă.

La nivelul rezultat al dobânzii se adaugă 1-2 %, pentru a acoperi riscul unui proiect anume. Valorile ratei de actualizare diferă, astfel: pentru ţări dezvoltate 4 - 8%/an, iar pentru ţări în curs de dezvoltare 8 - 15%/an.

În etapa finală se alege varianta care prezintă cheltuieli totale actualizate minime. Criteriul CTA, fiind un criteriu de analiză comparativă a mai multor variante, este posibilă simplificarea unor calcule prin neluarea în considerare a cheltuielilor comune tuturor acestor variante. In general, utilizarea acestui criteriu este preferabilă altor criterii atunci când:

- se compară variante, care diferă în ceea ce priveşte soluţiile tehnologice, amplasamentul, sursele de energie (practic, atunci cînd soluţiile nu diferă prin veniturile obţinute);
- se realizează investiţii neproductive (alimentarea unor consumatori casnici, a unor obiective social culturale etc.).

3.3. Criteriul Venitului Net Actualizat (VNA)

VNA reprezintă un criteriu de tip cost-beneficiu, care permite determinarea eficienţei economice absolute a unei investiţii, respectiv, efectuarea unor analize comparative. Relaţia de calcul are forma:

$$VNA = \sum_{t=1}^{T_s} \frac{V_t - C_t}{(1+ra)^t} = \sum_{t=1}^{T_s} \frac{F_t}{(1+ra)^t} \geq 0 \tag{3.2}$$

unde:

V_t - veniturile totale obţinute în anul t (valoarea mărfii vândute, a celei folosite pentru producţie proprie, stocurile de marfă, veniturile obţinute, ca urmare a activităţii de service etc);

C_t – cheltuielile totale în anul t (inclusiv investiţiile evidenţiate la momentul producerii lor);

F_t – fluxul de venituri şi cheltuieli, în anul t;

ra – rata de actualizare; t – anul curent; T_s – durata de studiu.

Criteriul VNA se utilizează, de regulă, în analiza eficienţei absolute. Pentru ca rentabilitatea investiţiei să fie mai mare decît rata minimă acceptabilă a profitului, trebuie îndeplinită condiţia: VNA > 0.

Dacă criteriul VNA se utilizează în analizele comparative, variantele trebuie să aibă aproximativ aceeaşi durată de viaţă şi acelaşi necesar de capital, precum şi aceeaşi capacitate de producţie. In astfel de situaţii, vom alege varianta cu VNA maxim.

3.4. Criteriul Ratei Interne de Rentabilitate (RIR)

Acest criteriu stabileşte capacitatea unei investiţii de a asigura venitul net (beneficiu) în perioada de timp aleasă pentru studiu. Rata internă de rentabilitate a unei investiţii (RIR) este acea rată de actualizare, pentru care VNA = 0:

$$VNA = \sum_{t=1}^{T_s} \frac{V_t - C_t}{(1+a_x)^t} = 0 \quad sau \quad \sum_{t=1}^{T_s} \frac{F_t}{(1+a_x)^t} = 0 \qquad (3.3)$$

unde a_x = RIR reprezintă soluţia ecuaţiei de mai sus, care se găseşte printr-un proces iterativ, utilizând fie tabele de actualizare, fie un program de calcul.

Investiţia este considerată acceptabilă dacă RIR este mai mare decît rata minimă de rentabilitate acceptată, deci: RIR > ra.

În cazul unei analize comparative a mai multor variante, care diferă prin capacitate de producţie, amplasament, surse de asigurare a materiilor prime şi a utilităţilor etc, vom alege varianta cu RIR maxim.

3.5. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Să se determine varianta optimă de investiție pentru o stație de transformare, având la dispoziție două variante tehnice, folosind criteriul CTA:

Varianta	**Investiția inițială [mil. lei]**		**Total cheltuieli [mil. lei]**
	Anul 2	Anul 1	
I	5	6	11
II		11.5	11.5

Pentru rata de actualizare se vor utiliza valorile *ra* = 10, 11 și 12 %.

3. Să se determine varianta optimă folosind criteriul VNA.

An	F_1 **[mil. lei]**	F_2 **[mil. lei]**
1	1400	1320
2	1450	1500

Valoarea inițială a investiției pentru varianta 1 este de 2000 mil. lei, iar pentru varianta 2 este de 2300 mil. lei. Pentru valoarea ratei de actualizare se vor utiliza valorile *ra* = 10, 11 și 12 %.

4. Să se determine varianta optimă folosind criteriul RIR pentru problema de la punctul 3.
5. Se vor compara rezultatele obținute la punctele 3 și 4 și se vor formula concluziile privind eficiența economică.

LUCRAREA 4

PROGRAMAREA LINIARĂ ÎN REZOLVAREA PROBLEMELOR DIN ENERGETICĂ

4.1. Aspecte generale

Programarea liniară (PL) este cea mai dezvoltată metodă de rezolvare a problemelor de optimizare. Teoria programării liniare conduce la posibilitatea rezolvării eficiente, cu ajutorul calculatorului, a majorităţii problemelor de programare matematică cu model liniar, ce rezidă din probleme tehnice sau economice.

Deşi s-ar părea că problemele de PL pot fi rezolvate prin metodele clasice ale analizei matematice, anulând derivatele parţiale, lucrurile nu stau chiar aşa. Funcţia obiectiv fiind liniară, derivatele parţiale sunt constante şi, în plus, soluţia optimă se găseşte pe frontiera soluţiilor admisibile, astfel încât metodele clasice nu dau rezultate.

4.2. Forma matematică a problemelor de programare liniară

O problemă de programare liniară constă în extremizarea unei expresii liniare denumită funcţie obiectiv, în prezenţa unor restricţii exprimate prin ecuaţii sau inecuaţii liniare.

Forma generală a unei probleme de programare liniară este:

$$\max(\min) F(X) = \max(\min) \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{4.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, i = 1, \dots, m \tag{4.2}$$

$$x_j \ge 0, j = 1, \dots, n \tag{4.3}$$

Funcţia obiectiv (4.1) împreună cu restricţiile (4.2) – (4.3) alcătuiesc modelul matematic de optimizare.

Exemplu numeric

$\max(\min)\ 3x_1 + 5x_2$	**Funcția obiectiv liniară (FO)**
$x_1 \le 3$ $2x_1 + 3x_2 \le 10$ $x_1 + x_2 \le 4$	**Sistem de restricții liniare (RE)**
$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$	**Condiția de non-negativitate (CO)**

Dacă o problemă de programare liniară este adusă la o formă în care toate restricţiile sunt exprimate prin egalităţi şi toate variabilele sunt supuse condiţiei de nenegativitate putem spune că respectiva problemă are formă standard.

Forma standard a unei probleme de programare liniară este următoarea:

$$\max(\min) F(X) = \max(\min)(c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n) \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ &\vdots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{aligned} \tag{4.5}$$

$$x_j \ge 0, j = 1, \ldots, n \tag{4.6}$$

Exemplu numeric

$$\max(\min)\ 3x_1 + 5x_2 + 0 \cdot s_1 + 0 \cdot s_2 + 0 \cdot s_3$$

$$\begin{aligned} &x_1 + s_1 = 3 \\ &2x_1 + 3x_2 + s_2 = 10 \\ &x_1 + x_2 + s_3 = 4 \end{aligned}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, s_1 \ge 0, s_2 \ge 0, s_3 \ge 0$$

sau, sub **formă matricială**:

$$\max(\min)F(X) = \max(\min)CX \quad (4.7)$$

$$AX = b \quad (4.8)$$

$$X \geq 0 \quad (4.9)$$

unde:

A – matricea coeficienţilor sistemului de restricţii;

b – vectorul coloană al termenilor liberi;

X – vectorul coloană al celor n necunoscute;

C – vectorul coeficienţilor funcţiei obiectiv $F(X)$.

Exemplu numeric

$$\max(\min)\underbrace{\begin{bmatrix}3 & 5 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}}_{\mathbf{C}}\underbrace{\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & s_3\end{bmatrix}_t}_{\mathbf{X}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}}_{\mathbf{A}}\underbrace{\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & s_3\end{bmatrix}_t}_{\mathbf{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix}3\\ 10\\ 4\end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ s_1 \geq 0,\ s_2 \geq 0,\ s_3 \geq 0$$

Prin partiţionarea matricei A după coloanele sale, a_1, $a_2, \dots a_n$, se poate obţine **forma vectorială:**

$$\max F(X) = \max CX \quad (4.10)$$

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b \quad (4.11)$$

$$X \geq 0 \quad (4.12)$$

Exemplu numeric

$$\max(\min)\ \underbrace{\begin{bmatrix}3 & 5 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}}_{\mathbf{C}}\underbrace{\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & s_3\end{bmatrix}_t}_{\mathbf{X}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}}_{\mathbf{a_1}}x_1+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\3\\1\end{bmatrix}}_{\mathbf{a_2}}x_2+\underbrace{\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}}_{\mathbf{a_3}}s_1+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}}_{\mathbf{a_4}}s_2+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}}_{\mathbf{a_5}}s_3=\underbrace{\begin{bmatrix}3\\10\\4\end{bmatrix}}$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ s_1 \geq 0,\ s_2 \geq 0,\ s_3 \geq 0$$

O restricţie corespunzătoare unei probleme de programare liniară spunem că este **concordantă** dacă este o inegalitate de tipul " $\geq$ ", când funcţia obiectiv trebuie minimizată, respectiv este o egalitate de tipul " $\leq$ ", când se cere maximizarea funcţiei obiectiv.

O problemă de programare liniară are o **formă canonică** dacă toate restricţiile sale sunt concordante şi toate variabilele sunt supuse condiţiei de nonnnegativitate:

$$\begin{aligned}&\max F(X)=\max CX\\&AX\leq b\\&X\geq 0\end{aligned}\tag{4.13}$$

sau

$$\begin{aligned}&\min F(X)=\min CX\\&AX\geq b\\&X\geq 0\end{aligned}\tag{4.14}$$

Formele prezentate mai sus sunt echivalente pentru că orice problemă de programare liniară poate fi adusă la oricare din formele: standard, vectorială sau canonică, folosind următoarele transformări echivalente.

Exemplu numeric

$$\max \underbrace{[3 \quad 5]}_{\mathbf{C}} \underbrace{[x_1 \quad x_2]_t}_{\mathbf{X}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{[x_1 \quad x_2]_t}_{\mathbf{X}} \le \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

$$\min \underbrace{[-3 \quad -5]}_{\mathbf{C}} \underbrace{[x_1 \quad x_2]_t}_{\mathbf{X}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{[x_1 \quad x_2]_t}_{\mathbf{X}} \ge \underbrace{\begin{bmatrix} -3 \\ -10 \\ -4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

4.3. Rezolvarea problemelor PL cu funcţii MatLab

In general o problemă de programare liniară poate avea următoarea formă:

$$\min F(X) = \min CX \tag{4.15}$$

în prezenţa restricţiilor:

$$\begin{aligned} & A \cdot X \le b \\ & A_{eg} \cdot X = b_{eg} \\ & X_{\min} \le X \le X_{\max} \end{aligned} \tag{4.16}$$

Sintaxa

X = **linprog**(F, A, b, A_{eg}, b_{eg}) (a)

X = **linprog**(F, A, b, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max}) (b)

X = **linprog**(F, A, b, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max}, $X0$) (c)

[X, F, *convergenţa*, *informaţii*] = **linprog**(C, A, b, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max}, $X0$) (d)

unde:

(a) rezolvă o problemă de programare liniară care are forma:

$$\min F(X) \quad a.i. \quad A \cdot X \le b$$

(b) rezolvă o problemă de programare liniară ca cea de mai sus, care satisface în plus şi restricţii de egalitate: $A_{eg} \cdot X = b_{eg}$. Dacă restricţiile de inegalitate nu există atunci: $A = []$, $b = []$.

(c) defineşte o mulţime în planul variabilelor, corespunzătoare unor frontiere inferioare şi superioare, astfel încât soluţia problemei se situează în intervalul $[X_{min}, X_{max}]$. Dacă nu există restricţii de egalitate atunci $A_{eg} = []$, $b_{eg} = []$.

(d) alege o soluţie iniţială în punctul *X0*.

X – soluţia problemei;

F – returnează valorile funcţiilor obiectiv corespunzătoare soluţiei găsite;

convergenţa – ne dă informaţii cu privire la convergenţa procesului. Dacă variabila are o valoare mai mare ca 0, funcţia converge la soluţia *X*, dacă are valoarea egală cu 0, numărul maxim de evaluări ale funcţiei sau numărul maxim de iteraţii a fost depăşit, iar dacă are valoarea mai mică decât 0, procesul de optimizare este divergent;

informaţii – ne furnizează date despre procesul de optimizare (numărul de iteraţii, numărul de evaluări ale funcţiei, algoritmul folosit).

Exemplu numeric

Se cere să se găsească soluția modelului matematic prezentat mai sus, folosind funcția Matlab **linprog**.

Utilizând secvenţa Matlab:

```
>> C=[-3 -5];
>> A=[1 0;2 3;1 1];
>> b=[3;10;4];
>> Xmin=zeros(2,1);
>> [X,F]=linprog(C, A, b,[],[], Xmin)
```

se obţin următoarele rezultate:

```
Optimization terminated.
X =
   0
```

```
  3.3333

F =
 -16.6667
```

4.4. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Să se scrie toate formele matematice ale următoarelor probleme de programare liniară:

FO: $\min F(X) = 2X_1 + X_2 + X_3$

RE:
$$\begin{aligned} &3X_1 + 5X_2 + 2X_3 \geq 16 \\ &4X_1 - 2X_2 + X_3 \geq 3 \end{aligned}$$

FO: $\min\ F(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2$

RE:
$$\begin{aligned} &x_1 \geq 1\ ;\ x_1 \leq 5 \\ &x_2 \geq 2 \\ &-x_1 + x_2 \leq 3 \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

FO: $\max\ F(x_1, x_2) = 4x_1 + 3x_2$

RE:
$$\begin{aligned} &x_1 + x_2 \geq 2 \\ &-\frac{1}{4}x_1 + x_2 \leq 2 \\ &-2x_2 + x_2 \geq -5 \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

3. Să determine soluția optimă pentru probelemele de programare liniară prezentate la punctul 2 folosind funcția Matlab **linprog.**

LUCRAREA 5

APLATIZAREA CURBELOR DE SARCINĂ FOLOSIND PROGRAMAREA LINIARĂ

5.1. Aspecte generale

Aplatizarea curbei de sarcină constituie una dintre strategiile principale ale DSM (Demand Side Management), care afectează atât furnizorii, cât și consumatorii. Furnizorii își utilizează mai eficient sursele de energie, asigurând în acest fel o funcționare economică a unităților generatoare și o planificare optimă a resurselor de combustibil. Din punct de vedere al consumatorilor, aceștia pot contracta pe piață energie mai ieftină deoarece costurile la furnizori sunt mai mici. Astfel, prognoza consumurilor zilnice/orare de energie se poate face cu erori mult mai mici, iar pierderilor de energie în rețelele electrice de alimentare vor fi mai reduse.

Consumatorii pot fi stimulați pentru aplatizarea curbelor de sarcină prin tarife speciale, diferențiate pe intervale orare din zi și pe tipuri de zile (lucrătoare/nelucrătoare), sau prin instrumente de politică energetică, reglementată la nivel de sistem. În acest fel aplatizarea curbelor de sarcină poate fi făcută prin tăierea vârfului de sarcină, umplerea golurilor de sarcină sau deplasarea vârfului de sarcină.

Pentru evaluarea eficienței aplatizării curbei de sarcină în literatură s-a introdus echivalentul economic al puterii de vârf. Acesta poate fi definit prin intermediul relației:

$$k_v = \frac{\Delta C}{\Delta P_v} \quad \text{[u.b./MW]} \tag{5.1}$$

unde:

ΔC – reducerea cheltuielilor datorate producerii, transportului și distribuției puterii ΔP_v în sistemul electroenergetic analizat;

ΔP_v – reducerea puterii de vârf a curbei de sarcină a consumatorului.

Astfel, echivalentul economic al puterii de vârf are în vedere efectul economic al reducerii puterii de vârf a curbei de sarcină corespunzătoare unui consumator cu 1 MW.

Dacă furnizorul are în vedere reducerea pierderilor de energie activă în rețeaua electrică, relația (5.1) poate fi scrisă sub forma:

$$k_v = \frac{\Delta W - \Delta W_{apl}}{\Delta P_v} \quad [\text{kWh/kW}] \tag{5.2}$$

În relația (5.2) k_v exprimă cantitatea cu care se reduc pierderile de energie activă în rețeaua electrică, la micșorarea cu o unitate a puterii de vârf a consumatorului alimentat de aceasta, în condițiile aceleași energii active absorbite.

În continuare se va particulariza relația (5.2) luând în considerare numai pierderile de energie activă datorate circulației puterii active. În ceea ce privește puterea reactivă, acesta este compensată cu un sistem automat care urmărește curba de sarcină. Estimarea pierderilor de energie se va face folosind metoda timpului de pierderi.

$$\Delta W = \frac{P_{\max}^2}{U^2} \cdot R \cdot \tau = \frac{P_{\max}^2}{U^2} \cdot R \cdot T \cdot \left[a \cdot \left(\frac{P_{med}}{P_{\max}} \right) + b \cdot \left(\frac{P_{med}}{P_{\max}} \right)^2 \right] \tag{5.3}$$

Respectiv:

$$\Delta W = \frac{\left(P_{\max} - \Delta P_v\right)^2}{U^2} \cdot R \cdot \tau' = \frac{\left(P_{\max} - \Delta P_v\right)^2}{U^2} \cdot R \cdot T \cdot \left[a \cdot \left(\frac{P_{med}}{P_{\max} - \Delta P_v} \right) + b \cdot \left(\frac{P_{med}}{P_{\max} - \Delta P_v} \right)^2 \right] \tag{5.4}$$

unde:

P_{max} – puterea activă maximă din graficul de sarcină neaplatizat;

P_{med} – puterea activă medie;

R – rezistența echivalentă longitudinală a rețelei de alimentare;

τ – timpul de pierderi corespunzător graficului de sarcină neaplatizat;

τ' – timpul de pierderi corespunzător graficului de sarcină aplatizat.

Variația tensiunii pe barele de joasă tensiune ale consumatorului prin aplatizarea graficului de sarcină cu cantitatea ΔP_v a fost neglijată.

Dacă relațiile (5.3) și (5.4) se înlocuiesc în (5.2), aceasta va avea următoarea expresie:

$$k_v = \frac{a \cdot R}{U^2} \cdot P_{med} \cdot T \tag{5.5}$$

Analizând relația (5.5) se poate afirma că aplatizarea este cu atât mai eficientă cu cât curba de sarcină este mai abruptă, rezistența şi puterea medie mai mari, iar valoarea tensiunii mai mică.

5.2. Modelul matematic

Plecând de la aspectele subliniate în paragraful anterior, modelul matematic de optimizare corespunzător aplatizării graficelor de sarcină poate fi descris astfel:

FO: $$\min(\Delta W) \tag{5.6}$$

RE: $$\Delta P_{v,i} \le \Delta P_{adm,i} \quad i = 1,\ldots,n \tag{5.7}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta P_{v,i} = const. \tag{5.8}$$

Dacă se are în vedere expresia pierderilor de energie, funcția obiectiv va avea următoarea expresie:

FO: $$\max \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot P_{med,i} \cdot R_i \cdot \Delta P_{v,i} \tag{5.9}$$

Astfel, se poate observa faptul că problema poate fi soluționată cu ajutorul programării liniare.

5.3. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Se consideră următoarea problemă practică:

Se consideră o stație de racord adânc (SRA) aflată pe platforma unui consumator industrial care alimentează de pe barele de medie tensiune (MT) 3 posturi de transformare. Caracteristicile rețelei și ale consumatorilor alimentați din cele 3 posturi de transformare sunt date în Tabelul 5.1. Se cere reducerea vârfului de sarcină activă pe barele de MT ale SRA cu 275 kW, fără a modifica energiile consumate zilnic, astfel încât pierderile în rețea să fie minime.

Tabelul 5.1. Caracteristicile rețelei și ale consumatorilor

PT	**P_{max} [kW]**	**P_{med} [kW]**	**R [Ω]**	**a**	**b**	**ΔP_{adm} [kW]**
1	650	378,13	1,944	0,1252	0,7785	100
2	350	251,70	3,161	0,0646	0,9355	75
3	800	418,00	2,192	0,2630	0,7370	150

Se cere:

- Să se scrie toate formele modelului matematic (standard, matriceală, vectorială și canonică).
- Să se rezolve probleama cu ajutorul funcției Matlab **linprog**.

LUCRAREA 6

OPTIMIZAREA CONSUMULUI DE COMBUSTIBIL FOLOSIND METODA SIMPLEX PRIMAL

6.1. Aspecte generale

Metoda simplex primal este una dintre cele mai folosite metode de rezolvare a problemelor de programare liniară. Metoda se bazează pe următoarele observații:

- mulţimea soluţiilor admisibile este un poliedru convex. Un poliedru convex este o mulțime convexă care are un număr finit de puncte extremale. Se numește simplex un poliedru convex din R^n care are (m+1) puncte extreme. Se numește vârf al unui poliedru un punct extrem al acestuia.
- orice punct de extrem local este un punct de extrem global, funcția obiectiv fiind liniară;
- funcția obiectiv fiind liniară, extremul se atinge într-unul din vârfurile poliedrului soluţiilor admisibile.

6.2. Algoritmul metodei simplex – primal

În cadrul acestui paragraf se va descrie modul de implementare al metodei având ca punct de plecare forma standard a problemei PL

Astfel, să consideră forma standard, scrisă matriceal, a unei probleme PL. În aceste condiții X, respectiv $C \in R^n$, $b \in R^m$, rang (A) = rang (A, b), de unde rezultă $m < n$. Astfel, este posibil să găsim m vectori a_j care să formeze o bază B din componente independente. În continuare vom avea:

$$X = \begin{bmatrix} X^B \\ X^R \end{bmatrix}; \quad A = [B, R]; \quad C = [C^B, C^R] \tag{6.1}$$

unde:

X^B – vectorul variabilelor de bază;

X^R – vectorul variabilelor secundare.

Utilizând relațiile (6.1), expresia maticeală poate fi scrisă sub forma:

$$[B\ R] \cdot \begin{bmatrix} X^B \\ X^R \end{bmatrix} = b \tag{6.2}$$

de unde rezultă:

$$X^B = B^{-1} \cdot b - B^{-1} \cdot R \cdot X^R \tag{6.3}$$

Expresia funcţiei obiectiv, ţinând cont de relaţiile (6.1), devine:

$$F = C^B \cdot X^B + C^R \cdot X^R \tag{6.4}$$

În cazul în care variabilele secundare sunt nule ($X^R = 0$) se poate determina o soluție de bază:

$$X^B = \overline{X}^B = B^{-1} \cdot b \tag{6.5}$$

Această soluţie este realizabilă dacă are toate componentele nenegative:

$$F = \overline{F} = C^B \cdot X^B = C^B \cdot B^{-1} \cdot b \tag{6.6}$$

Dacă notăm cu G produsul ($B^{-1} \cdot R$), relaţia (10.20) devine:

$$X^B = B^{-1} \cdot b - B^{-1} \cdot R \cdot X^R = B^{-1} \cdot b - G \cdot X^R \tag{6.7}$$

Pentru simplificarea scrierii relațiilor se vor introduce notațiile:

- $N = \{1, 2, ..., n\}$ – mulțimea indicilor vectorilor coloană ai matricei A;
- $I = \{j_1, j_2, ..., j_m\}$ – mulțimea inicilor vectorilor coloană a submatricei B;
- $J = \{N - I\}$ – mulțimea indicilor vectorilor coloană a submatricei R.

Pornind de la o soluţie de bază, aleasă arbitrar, prin modificări succesive, orientate spre creșterea funcției obiectiv F, se găsesc alte soluţii de bază până se obţine, în final, soluţia optimă. Astfel, metoda simplex garantează convergenţa procesului iterativ în sensul că o bază admisibilă cercetată la un moment dat nu mai revine în iteraţiile ulterioare.

Prin scrierea desfăşurată a relaţiei (6.7), ţinând cont de notaţiile de mai sus, se obţine:

$$X_s = \overline{X}_s^B - \sum_{j \in J} g_{sj} \cdot x_j \,, \quad s \in I \tag{6.8}$$

De asemenea, din relația (6.4) se deduce:

$$F = \sum_{s \in I} C_s \cdot X_s + \sum_{j \in J} C_j \cdot x_j \tag{6.9}$$

sau, eliminând variabilele de bază între relaţiile (6.8) şi (6.9):

$$F = \overline{F} - \sum_{j=1}^{n} x_j (F_j - C_j) \tag{6.10}$$

unde:

$$F_j = \sum_{j \in J} C_s \cdot g_{sj} \tag{6.11}$$

Dacă dorim ca $\overline{X}_s^B$ să fie soluţie optimală, adică:

$$\overline{F} = C^B \cdot \overline{X}_s^B = C^B \cdot B^{-1} \cdot b \tag{6.12}$$

să fie maxim, este necesar ca:

$$(F_j - C_j) \geq 0 \quad (\forall)\ j \in J \tag{6.13}$$

Relaţia (6.13) reprezintă condiţia de optimalitate a problemelor PL.

În cazul în care condiția de optimalitate nu este satisfăcută, baza inițial aleasă va fi modificată. Astfel, pentru apropierea rapidă de soluția optimală este nevoie să fie îndeplinită relația:

$$(F_l - C_l) = \max_j \left| F_j - C_j \right|, \quad j \in J \tag{6.14}$$

Relația (6.14) reprezintă condiția de intrare în bază pentru variabila x_l.

Pentru a determina variabila care va fi înlocuită se va determina relaţia de ieşire din bază. Pentru aceasta se va reveni la relaţia (6.8). Astfel, pentru variabila x_l se obţine:

$$X_s = \overline{X}_s^B - g_{sl} \cdot X_l \geq 0 \tag{6.15}$$

Dacă: $g_{sl} > 0$, rezultă $\dfrac{\overline{X}_s^B}{g_{sl}} - X_l \geq 0$, de unde:

$$\theta_k = \min_s \left\{ \frac{\overline{X}_s^B}{g_{sl}}, \quad g_{sl} \geq 0 \right\} \tag{6.16}$$

Relaţia (6.16) reprezintă condiţia de ieşire din bază.

Având în vedere aspectele teoretice evidențiate mai sus, vor fi prezentați pașii principali ai algoritmului simplex-primal:

- Pasul 1. Se alegere baza și se inițializează valorile pentru variabilele componente;
- Pasul 2. Se identifică matricele B și R, respectiv vectorii C^B, C^R;
- Pasul 3. Se calculează matricea $G = B^{-1} \cdot R = g_{sj}$;
- Pasul 4. Se calculează diferențele $(F_j - C_j)$, $j \in J$;
- Pasul 5. Se analizează semnele diferenţelor $(F_j - C_j)$:
  - dacă $(F_j - C_j) > 0$, atunci $\overline{X}^B$ este o soluţie optimală;
  - dacă $(F_j - C_j) < 0$, se trece la pasul următor.
- Pasul 6. Se alege variabila de intrare (l) în bază, relaţia (6.15);
- Pasul 7. Se determină variabila (k) care va părăsi baza, relația (6.16);
- Pasul 8. Cu noua bază se vor relua calculele începând cu Pasul 1, criteriul de oprire fiind cel specificat la Pasul 5.

6.3. Exemplu numeric

Să se maximizeze funcţia obiectiv:

$$F(X) = x_1 + x_2$$

în prezența resticţiilor:

$$x_1 + x_2 \le 3$$
$$2x_1 - x_2 \le 2$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

folosind metoda simplex-primal.

Rezolvare:

Se construiește forma standard a modelului de optimizare:

$$\max F(X) = \max(x_1 + x_2 + 0 \cdot s_1 + 0 \cdot s_2$$

$$x_1 + x_2 + s_1 = 3$$
$$2x_1 - x_2 + s_2 = 2$$
$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Se construieşte forma matriceală:

$$\max\left([1\,1\,0\,0]\cdot[x_1\ x_2\ s_1\ s_2]_t\right)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Pentru rezolvarea problemei folosind metoda simplex-primal se va alege baza:

$$X^B = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad X^R = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Rezultă:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}; \quad C^B = [0 \quad 0]; \quad C^R = [1 \quad 1];$$

Iteraţia 1.

- Calculul matricei G:

$$G = \begin{bmatrix} g_{31} & g_{32} \\ g_{41} & g_{42} \end{bmatrix} = B^{-1} \cdot R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix};$$

- Se calculează diferenţele:

$$[F_1 \quad F_2] = C^B G = [0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = [0 \quad 0]$$

$$F_1 - C_1 = 0 - 1 = -1$$
$$F_2 - C_2 = 0 - 1 = -1$$

- Se analizează semnul diferenţelor calculate. Deoarece ambele diferenţe au valoarea negativă, soluţia de bază nu este optimală.
- Determinarea noii variabile care va intra în bază.

Diferenţele fiind egale în modul, oricare dintre varabilele x_1, respectiv x_2 poate să intre în bază. Fie x_1 noua variabilă care va intra în bază.

- Determinarea variabilei care va părăsi baza:

$$\theta = \min\left\{ \frac{x_3}{g_{31}} = \frac{3}{1}; \frac{x_4}{g_{41}} = \frac{2}{2} \right\} = 1$$

Rezultă că variabila care va părăsi baza este variabila X_4.

- Noul set de variabile care va forma bază este:

$$X^B = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ x_3 - \theta \cdot g_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}; \; X^R = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix};$$

Rezultă:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad C^B = [1 \quad 0]; \quad C^R = [1 \quad 0].$$

Iteraţia 2

- Calculul matricei G:

$$G = \begin{bmatrix} g_{12} & g_{14} \\ g_{32} & g_{34} \end{bmatrix} = B^{-1}R = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ 1 & -0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -0,5 & 0,5 \\ 1,5 & -0,5 \end{bmatrix}$$

- Se calculează diferenţele:

$$[F_2 \quad F_4] = C^B G = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} -0,5 & 0,5 \\ 1,5 & -0,5 \end{bmatrix} = [-0,5 \quad 0,5]$$

$$F_2 - C_2 = -0,5 - 1 = -1,5$$
$$F_4 - C_4 = 0,5 - 0 = 0,5$$

- Se analizează semnul diferenţelor calculate. Deoarece una dintre diferenţe are valoarea negativă, soluţia de bază nu este optimală.
- Determinarea noii variabile care va intra în bază:

$$\max\{|F_2 - C_2|, |F_4 - C_4|\} = \max\{1,5; 0,5\} = 1,5$$

Rezultă că variabila care va părăsi baza este variabila X_2.

- Determinarea variabilei care va părăsi baza:

$$\theta = \min\left\{ \frac{x_1}{g_{12}} = \frac{1}{-0,5}; \frac{x_3}{g_{32}} = \frac{2}{1,5} \right\} = 1,333$$

Rezultă că variabila care va părăsi baza este variabila X_3.

- Noul set de variabile care va forma bază este:

$$X^B = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - \theta \cdot g_{12} \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 1,333 \cdot (-0,5) \\ 1,333 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,666 \\ 1,333 \end{bmatrix};$$

$$X^R = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix};$$

Rezultă:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad C^B = [1 \quad 1]; \quad C^R = [0 \quad 0].$$

Iteraţia 3

- Calculul matricei G:

$$G = \begin{bmatrix} g_{13} & g_{14} \\ g_{23} & g_{24} \end{bmatrix} = B^{-1}R = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,333 & 0,333 \\ 0,666 & -0,333 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0,333 & 0,333 \\ 0,666 & -0,333 \end{bmatrix}$$

- Se calculează diferențele:

$$[F_3 \quad F_4] = C^B G = [1 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 0,333 & 0,333 \\ 0,666 & -0,333 \end{bmatrix} = [1 \quad 0]$$

$$F_3 - C_3 = 1 - 0 = 1$$
$$F_4 - C_4 = 0 - 0 = 0$$

- Se analizează semnul diferenţelor calculate. Condițiile de optimalitate sunt îndeplinite, soluția problemei este:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,666 \\ 1,333 \end{bmatrix}$$

Rezultă:

$$\max F(X) = 1{,}666 + 1{,}333 \cong 3$$

6.4. Optimizarea consumului de combustibil

Dacă într-o centrală termoelectrică cu n grupuri se cunosc consumurile specifice ale fiecărui grup şi cantitatea de combustibil avută la dispoziţie pe parcursul unei perioade de timp (oră, zi, lună etc) atunci producţia maximă de energie electrică, având ca ipoteză încărcarea constantă a grupurilor, poate fi determinată având la bază următorul model matematic de optimizare:

$$\textbf{FO:} \quad \max(T \cdot P_1 + T \cdot P_2 + \ldots T \cdot P_n) \tag{6.17}$$

$$\textbf{RE:} \quad P_j \le P_{\max j}\,;\ j = 1,\ldots,n \tag{6.18}$$

$$T(c_{s1}P_1 + c_{s_2}P_2 + \ldots + c_{s_{2n}}P_n) \le C \tag{6.19}$$

$$P_j \ge 0 \tag{6.20}$$

unde:

P_j – puterile cu care sunt încărcate fiecare din cele j = 1, …, n grupuri ale centralei, în MW;

$P_{max\ j}$ – puterile limită maximă cu care pot fi încărcate fiecare din cele j = 1, …, n grupuri ale centralei (acestea sunt date de către producător);

T – intervalul de timp, în ore;

$c_{s\,j}$ – consumurile specifice de combustibil ale fiecărui grup j = 1, …, n al centralei;

C – cantitatea de combustibil avută la dispoziţie în perioada T, în t c.c.

6.5. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Se consideră următoarea problemă practică:

Se consideră o centrală termoelectrică cu două grupuri de 100 şi 200 MW, având consumurile specifice de 0,3, respectiv, 0,4 kg c.c./kWh. Se cere valoarea puterii, presupusă constantă în decursul unei zile pentru fiecare grup, astfel încât să se obţină producţia maximă de energie electrică a centralei, ştiind că există la dispoziţie pentru ziua respectivă o cantitate de 2000 t c.c.

Se cere:

- Să se scrie toate formele modelului matematic (standard, matriceală, vectorială și canonică.
- Să se utilizeze metoda simplex primal pentru determinarea soluției optime.
- Să se compare rezultatele cu cele obținute folosind funcția Matlab **linprog**.

LUCRAREA 7

REPARTIZAREA INVESTIȚIILOR ÎNTRE DIVERSE OBIECTIVE ENERGETICE FOLOSIND PROGRAMAREA LINIARĂ ÎN MATLAB

7.1. Aspecte generale

Planul investițiilor în diferite surse de energie din sistemul electroenergetic trebuie astfel făcut, încât să fie îndeplinite anumite obiective de natură tehnică, cu respectarea criteriilor economice. În cele ce urmează va fi prezentat principial un model în care obiectivele sunt următoarele:

1. Puterea disponibilă totală a surselor trebuie să fie cel puțin egală cu puterea medie orară cerută, în timpul orelor de lucru ziua, iarna;
2. Puterea totală, în regim de sarcină maximă a surselor trebuie să fie cel puțin egală cu puterea cerută la vârful de sarcină iarna;
3. Energia anuală pe care o pot furniza aceste surse, ținând cont de opririle planificate pentru revizii și reparații, trebuie să fie mai mare sau cel puțin egală cu energia electrică consumată anual;
4. Investițiile în sursele noi nu trebuie să depășească o anumită valoare plafon.

Se vor lua în considerare diverse tipuri de centrale electrice: termoelectrice, hidroelectrice pe firul apei, hidroelectrice cu lac de acumulare, nuclearoelectrice etc. Pentru simplificare, se face ipoteza că toate instalațiile de același tip sunt identice ca putere. Prin instalație de un anumit tip se poate înțelege fie un tip de centrală cu caracteristicile determinate, fie un anumit tip de agregat. In cazul de față, pentru simplificare, prin instalație de un anumit tip se va înțelege 1 MW instalat din tipul respectiv.

7.2. Modelul matematic de optimizare

Pentru scrierea relațiilor care stau la baza modelului matematic se vor folosi următoarele notații:

J – mulțimea tipurilor de instalații;

j – tipul instalației, $j \in J$;

P_{dj} - puterea disponibilă a instalaţiei j;

P_{vj} – puterea instalației j la vârf de sarcină;

W_{dj} – energia anuală pe care o poate livra instalația j, ținând seama de opririle planificate pentru revizii și reparații capitale;

I_j – cheltuielile pentru investiții corespunzătoare instalației j;

X_j – numărul de instalații de tipul j;

C_{mj} – cheltuielile de întreținere anuală, pentru instalația j;

C_{cj} – cheltuielile pentru combustibilul folosit la funcționarea instalației j;

c_0 – cheltuielile pentru combustibil pe unitatea de energie electrică produsă, ca valoare medie pentru toate centralele termoelectrice;

T_n – termenul normat de recuperare al investițiilor;

P_s – puterea medie orară cerută iarna, în zilele lucrătoare;

P_v – puterea cerută la vârful de sarcină iarna;

W – energia consumată anual în sistem;

I – investițiile disponibile.

Funcția obiectiv are în vedere minimizarea cheltuielile anuale de calcul:

$$\min(F(X)) = \min CA = C_E + \frac{1}{T_n} \cdot I \tag{7.1}$$

unde C_E reprezintă cheltuielile anuale de exploatare;

Considerând j un element al mulțimii $J = \{1, 2, \ldots, n\}$ formată din toate tipurile de instalații luate în considerare, restricțiile modelului matematic, exprimând obiectivele (1) – (4) sunt:

$$\sum_{j\in J} P_{dj} \cdot x_j \geq P_s \tag{7.2}$$

$$\sum_{j\in J} P_{vj} \cdot x_j \geq P_v \tag{7.3}$$

$$\sum_{j\in J} W_{dj} \cdot x_j \geq W \tag{7.4}$$

$$\sum_{j\in J} I_j \cdot x_j \leq I; \quad x_j \geq 0 \tag{7.5}$$

Pentru simplificarea expresiei cheltuielilor din funcția economică, se consideră numai centralele termoelectrice (un singur tip) și centralele hidroelectrice de diverse tipuri. Centralelor termoelectrice li se atribuie indicele unu. În aceste ipoteze, în continuare se deduce expresia cheltuielilor anuale de exploatare.

Cheltuielile anuale de exploatare datorate funcționării centralelor termoelectrice depind de cantitatea de combustibil consumată și, deci, de energia electrică produsă. Cheltuielile prilejuite de funcționarea centralelor hidroelectrice sunt aproximativ constante, indiferent de cantitatea de energie electrică produsă. Pentru a obține o valoare cât mai mică pentru funcția obiectiv F trebuie ca centralele hidroelectrice să furnizeze maximul de energie electrică, iar restul cantității să fie acoperită de centralele termoelectrice.

Cantitatea de energie electrică produsă de centralele termoelectrice este:

$$W_1 = W - \sum_{\substack{j\in J \\ j\neq 1}} W_{dj} \cdot x_j \tag{7.6}$$

Cheltuielile pentru combustibil corespunzătoare acestei energii sunt obținute folosind relația:

$$C_c = C_{c1} \cdot X_1 = c_0 \cdot W_1 = c_0 \cdot W - c_0 \sum_{\substack{j\in J \\ j\neq 1}} W_{dj} \cdot x_j \tag{7.7}$$

Dacă se notează cu C_m cheltuielile anuale de întreținere pentru toate centralele și cu C_c cheltuielile anuale pentru combustibil pentru toate centralele, cheltuielile anuale pentru toate centralele vor fi:

$$C_E = C_m + C_c = \sum_{j \in J} C_{mj} \cdot x_j + c_0 \cdot W - c_0 \sum_{\substack{j \in J \\ j \neq 1}} W_{dj} \cdot x_j \qquad (7.8)$$

Ținând seama de toate relațiile descrise mai sus, funcția obiectiv va avea următoarea expresie:

$$\begin{aligned} \min(F(X)) &= \min(C + \frac{1}{T_n} \cdot I) = \\ &= \min(\sum_{j \in J} C_{mj} x_j + c_0 \cdot W - c_0 \sum_{\substack{j \in J \\ j \neq 1}} W_{dj} x_j + \frac{1}{T_n} \sum_{j \in J} I_j x_j) \end{aligned} \qquad (7.9)$$

Utilizînd notațiile $C_j^{'} = C_{mj}$, $j = 1$ şi $C_j^{'} = C_{mj} - c_0 \cdot W_{dj}$, $j \in$ J, $j \neq 1$ și înlocuind în relația (7.9) rezultă:

$$\min(F(X)) = \sum_{j \in J} C_j^{'} \cdot x_j + c_0 \cdot W + \frac{1}{T_n} \sum_{j \in J} I_j x_j = c_0 \cdot W + \sum_{j \in J} C_j^{''} \cdot x_j \qquad (7.10)$$

unde:

$$C_j^{''} = C_j^{'} + \frac{1}{T_n} \cdot I_j \qquad (7.11)$$

Deoarece funcția obiectiv F este formată dintr-o constantă și o parte variabilă, minimul ei are loc pentru aceleași valori x_j care fac minimă numai partea variabilă:

$$\min(F^{'}(X)) = \sum_{j \in J} C_j^{''} \cdot x_j \qquad (7.12)$$

Modelul obținut pentru găsirea repartiției optime a investițiilor între diverse tipuri de centrale electrice reprezintă modelul matematic al unei probleme de programare liniară.

7.3. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Se identifică componentele modelului matematic de optimizare corespunzător problemei de repartizare optimă a investiției între diversele tipuri de centrale (funcția obiectiv, resticțiile și variabilele de optimizare)
3. Se consideră următoarea problemă practică:

Se consideră un sistem electroenergetic în care se urmăreşte instalarea unei puteri în două tipuri de centrale: centrale termoelectrice (CTE) şi centrale hidroelectrice cu lac de acumulare cu reglaj zilnic (CHE), şi se dispune de o investiţie plafon I. Sistemul are puterea medie orară maximă, în ziua cea mai încărcată, iarna, P_s. Puterea cerută de sistem la vîrful de seară iarna este P_v. Energia cerută de sistem în timpul unui an este W. Se cunosc valorile pentru P_{vj}, W_{dj}, I_j şi C''_j. Numărul de MW instalaţi în centrale de tipul j se va nota X_j (j = 1, 2).

Considerând un set de date actualizate pe bază de normative se cere:

- Să se scrie toate formele modelului matematic (standard, matriceală, vectorială și canonică.
- Să se utilizeze metoda simplex primal pentru determinarea puterii instalate în fiecare tip de centrală, în ipoteza minimizării cheltuielilor de calcul.
- Să se comprare rezultatele cu cele obținute folosind funcția Matlab **linprog**.

LUCRAREA 8

PROGRAMAREA NELINIARĂ ÎN REZOLVAREA PROBLEMELOR DIN ENERGETICĂ. METODE DE ORDINUL 0

8.1. Aspecte generale

Programarea neliniară are o foarte mare importanţă în rezolvarea problemelor de optimizări, în general, şi în energetică, în particular, deoarece, destul de frecvent, metodele corespunzătoare acesteia sunt singurele mijloace de soluţionare.

În această clasă intră acele probleme în care funcţia obiectiv şi (sau) restricţiile sunt expresii matematice neliniare. Această neliniaritate provine dintr-o considerare mai riguroasă a proceselor reale, dar, din punct de vedere tehnic, creează dificultăţi în găsirea soluţiei optimale. Pentru cazul particular, funcţia obiectiv neliniară şi restricţiile liniare, se poate aplica metoda gradienţilor proiectaţi.

Dificultăţile rezolvării problemelor de programare neliniară se datorează faptului că aici nu se mai întâlnesc facilităţile din programarea liniară (optimul este atins într-un vârf al poliedrului convex), iar, pe de altă parte, este dificil să se facă diferenţa dintre optimul local şi optimul global. Există o clasă de probleme pentru care optimul local este şi global. Aceasta se numeşte programarea convexă. Importanţa acestei categorii de probleme rezidă din faptul că dispune de metode eficiente de rezolvare şi, în plus, există numeroase exemple de aplicaţii care se încadrează în această clasă.

Problema generală de programare matematică constă în găsirea extremului unei funcţii de mai multe variabile:

$$\textbf{FO:} \quad F(X) = F(X_1, X_2, ..., X_n) \tag{8.1}$$

$$\textbf{RE:} \quad \begin{array}{l} g_i(X_1, X_2, ..., X_n) \le b_i\,, \quad i = \overline{1, m} \\ X_j \ge 0, \quad j = \overline{1, n} \end{array} \tag{8.2}$$

Utilizînd notaţia:

$$X^k = [X_1^k, X_2^k, ..., X_n^k]_t\,, \tag{8.3}$$

funcţia $F(X)$ este convexă dacă verifică relaţia:

$$F\left(\lambda X^1 + (1-\lambda)X^2\right) \le \lambda F(X^1) + (1-\lambda) f(X^2)\ ; \quad \lambda \in [0,1] \tag{8.4}$$

unde X^1 şi X^2 sunt două puncte oarecare din domeniul de definiţie al funcţiei, presupus convex.

Problema de programare matematică, pentru care domeniul de soluţii descris de restricţiile (8.2) este convex, iar funcţia obiectiv (8.1) pentru acelaşi domeniu este convexă, poartă denumirea de problemă de programare convexă.

În general, pentru rezolvarea unei probleme de programare neliniară se foloseşte relaţia iterativă:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda^{(k)} d^{(k)}\,, \quad k = 1,\ 2,\ 3, ... \tag{8.5}$$

unde:

$d^{(k)} \in R^n$ - reprezintă o direcţie de deplasare în iteraţia (k) din punctul curent $X^{(k)}$;

$\lambda^{(k)}$ – scalar ce reprezintă lungimea pasului de deplasare în iteraţia curentă.

Metodele de optimizare diferă prin procedurile concrete de alegere a parametrilor $d^{(k)}$ şi $\lambda^{(k)}$. Având în vedere reducerea efortului de calcul privind implementarea procedurii iterative, în fiecare etapă, informaţia disponibilă pentru obţinerea direcţiei $d^{(k)}$ şi a pasului $\lambda^{(k)}$ este strict limitată la valorile funcţiei şi a primei ei derivate.

După tipul de informaţii folosite distingem următoarele grupuri de metode:

- **metode de ordinul 0** care folosesc valorile funcţiei în punctul curent şi vecinătăţi;
- **metode de ordinul 1** care folosesc şi derivata de ordinul 1 (gradientul);
- **metode de ordinul 2** care folosesc derivata de ordinul 1 şi derivata de ordinul 2 (hessianul).

8.2. Metode de ordinul 0

Faptul că nu sunt necesare expresiile analitice ale derivatei funcţiei obiectiv $F(X)$ constituie un avantaj major al acestor metode. Ca urmare nu există condiţii referitoare la continuitatea şi derivabilitatea funcţiei $F(X)$. Trebuie remarcat că există totuşi şi un dezavantaj al acestor metode legat de faptul că au o viteză de convergenţă scăzută.

Metodele de ordin 0 au la bază relaţia iterativă (8.5), cu menţiunea că stabilirea noii direcţii de explorare se face pe baza unei serii de evaluări a funcţiei obiectiv $F(X)$, într-o manieră specifică fiecărei metode, iar lungimea paşilor $\lambda^{(k)}$ este, deasemenea, proprie fiecărei metode.

Faptul că nu sunt utilizate valorile derivatelor prezintă avantajul suplimentar că, printr-o alegere corespunzătoare a criteriilor de stop, se poate evita terminarea iteraţiilor într-un punct de inflexiune. În literatură sunt prezentate o varietate de metode de optimizare fără evaluarea derivatelor, precum şi foarte multe variante ale acestora. În continuare se prezintă metoda optimizării ciclice de-a lungul axelor de coordonate, care este cea mai uşor de aplicat.

Optimizarea ciclică de-a lungul axelor de coordonate

Descrierea metodei este sugerată de însăşi denumirea sa, respectiv se face o explorare unidimensională pe direcţii care coincid cu axele de coordonate. Astfel, în relaţia (8.5) direcţiile $d^{(k)}$ sunt succesiv axele sistemului ortogonal de coordonate:

$$d^{(0)} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad \ldots \quad 0]^t, d^{(1)} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad \ldots \quad 0]^t, \ldots, d^{(n-1)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \ldots \quad 1]^t \qquad (8.6)$$

Paşii $\lambda^{(k)}$ pe direcţiile respective pot fi determinaţi cu următoarea relaţie:

$$\lambda^{(k)} = -\frac{\left(g^{(k)}, d^{(k)}\right)}{\left(d^{(k)}, H^{(k)} d^{(k)}\right)}, \quad \left(d^{(k)}, H^{(k)} d^{(k)}\right) > 0 \qquad (8.7)$$

unde:

$H^{(k)}$ – matricea hessiană într-un punct curent $X^{(k)} \in R^n$;

$g^{(k)}$ – gradientul funcţiei obiectiv într-un punct curent $X^{(k)} \in R^n$.

Procesul iterativ se va încheia când va fi îndeplinit criteriul de stop impus. Potrivit acestei metode optimul este atins în n iteraţii. Dacă suprafeţele respective prezintă o vale sau o creastă care nu este paralelă cu axele de coordonate, această metodă nu poate fi aplicată.

8.3. Exemplu numeric

Să se determine minimul funcţiei:

$$F(X) = \min(x_1^2 + 4 \cdot x_2^2 - 4)$$

folosind metoda de optimizare ciclică de-a lungul axelor de coordonate, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [5 \quad 4]^t$.

Conform metodei valoarea optimă se va atinge în 2 iteraţii.

Iteraţia 1

Se face deplasarea pe direcţia $d^{(0)} = [1 \quad 0]^t$, astfel încât pentru determinarea unei noi aproximaţii se va utiliza relaţia iterativă:

$$X^{(1)} = X^{(0)} + \lambda^{(0)} d^{(0)} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} + \lambda^{(0)} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 + \lambda^{(0)} \\ 4 \end{bmatrix}$$

Pentru determinarea lungimii pasului de deplasare $\lambda^{(0)}$, se introduc valorile $x_1^{(1)}$ şi $x_2^{(1)}$, în expresia funcţiei obiectiv F:

$$F(\lambda^{(0)}) = (5 + \lambda^{(0)})^2 + 4 \cdot 4^2 - 4 = \left(\lambda^{(0)}\right)^2 + 10 \cdot \lambda^{(0)} + 85$$

În continuare se face derivata expresiei $F(\lambda^{(0)})$ în raport cu $\lambda^{(0)}$ şi se anulează.

$$\frac{\partial F\left(\lambda^{(0)}\right)}{\delta \lambda^{(0)}} = 2 \cdot \lambda^{(0)} + 10 = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda^{(0)} = -5$$

Valoarea pasului de deplasare se introduce în relaţia iterativă obţinându-se astfel valoarea noii aproximaţii $X^{(1)}$:

$$X^{(1)} = \left[x_1^{(1)} \quad x_2^{(1)}\right]_t = [0 \quad 4]^t .$$

Iteraţia 2

Se face deplasarea pe direcţia $d^{(1)} = [0 \quad 1]^t$, astfel încât pentru determinarea unei noi aproximaţii relaţia iterativă devine:

$$X^{(2)} = X^{(1)} + \lambda^{(1)} d^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} + \lambda^{(1)} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 + \lambda^{(1)} \end{bmatrix}$$

Pentru determinarea lungimii pasului de deplasare $\lambda^{(1)}$, se introduc valorile $x_1^{(2)}$ şi $x_2^{(2)}$, în expresia funcţiei obiectiv F:

$$F(\lambda^{(1)}) = 0 + 4 \cdot \left(4 + \lambda^{(1)}\right)^2 - 4 = \left(\lambda^{(1)}\right)^2 + 8 \cdot \lambda^{(1)} + 15$$

În continuare, se face derivata expresiei funcției $F(\lambda^{(1)})$ în raport cu $\lambda^{(1)}$ şi se anulează.

$$\frac{\partial F\left(\lambda^{(1)}\right)}{\delta \lambda^{(1)}} = 2 \cdot \lambda^{(1)} + 8 = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda^{(0)} = -4$$

Valoarea pasului de deplasare se introduce în relaţia iterativă obţinându-se astfel valoarea aproximaţiei $X^{(2)}$:

$$X^{(2)} = \left[x_1^{(2)} \quad x_2^{(2)}\right]^t = \left[0 \quad 0\right]^t,$$

ceea ce era evident încă de la început.

8.4. Rezolvarea problemelor PN cu ajutorul funcţiilor MatLab

În general, o problemă de găsire a minimului unei funcţii neliniare în absenţa restricţiilor are următoarea formă:

$$\min_X F(X) \tag{8.8}$$

unde $F(X)$ este o funcţie neliniară ce returnează un scalar.

Sintaxa

X = **fminunc**(@*fun*, *X*0) (a)

X = **fminunc**(@*fun*, X0, *options*) (b)

[*X*, *val_funcţie*, *convergenta*, *informatii*] = **fminunc**(...) (c)

unde:

(a) procesul are ca punct de plecare punctul *X*0 şi găseşte minimul funcţiei descrisă în fişierul *fun*. *X*0 poate fi un vector, un scalar sau o matrice;

(b) minimizează funcţia descrisă în fişierul *fun*, cu parametrii de optimizare precizaţi în structura *options*;

(c) *X* – soluţia problemei;

val_functie – returnează valorile funcţiilor obiectiv corespunzătoare soluţiei găsite;

convergenta – dă informaţii cu privire la convergenţa procesului. Dacă *convergenta* = 1, funcţia converge la soluţia *X*, dacă *convergenta* = 0, numărul maxim de evaluări a funcţiei sau numărul maxim de iteraţii a fost depăşit, dacă *convergenta* = -1 procesul de optimizare este divergent;

informatii – furnizează informaţii despre procesul de optimizare (numărul de iteraţii, numărul de evaluări ale funcţiei, algoritmul folosit).

Parametrii de intrare şi ieşire

fun – fişier funcţie ce conţine expresiile funcţiilor obiectiv. Acest fişier are ca variabilă de intrare *X*, iar ca variabilă de ieşire un scalar *F*, a cărui valoare reprezintă funcţia obiectiv evaluată în punctul *X*. Fişierul *fun* poate fi apelat astfel:

X = **fminunc** (@*fun*, *X*0)

function *F* = **fun**(*X*)

Exemplu numeric

Să se minimizeze funcţia:

$$F(X) = 4 \cdot (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2$$

cu ajutorul funcţiei Matlab **fminunc**, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [\,2 \quad 3\,]^t$.

Se va construi fişierul **fun** în care se va introduce expresia funcţiei *F*(*X*).

```
function F = fun(X)

F = 4*(X(1)-2)^2 + (X(2)-3)^2;
```

Cu secvenţa Matlab:

```
>> X0 = [2;3];
>> options = optimset('Display', 'iter');
>> [X,val_functie]=fminunc(@fun,X0,options)
```

se obţin următoarele rezultate:

```
 Iteration  Func-count     f(x)     Step-size     First-order
                                                   optimality
     0           3            68                        32
     1           6       39.5156     0.03125            24
     2           9       1.24843           1          2.23
     3          12      0.687399           1          1.65
     4          15   6.5037e-005           1        0.0321

Optimization terminated: relative infinity-norm of gradient
less than options.TolFun.
x =
    2.0000
    3.0000
fval =
    6.5037e-05
```

8.5. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Să se determine minimul funcţiei:

$$F(X) = \min(x_1^2 + 2 \cdot x_2^2 - 1)$$

   folosind metoda de optimizare ciclică de-a lungul axelor de coordonate, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [3 \quad 1]^t$. Rezultatele obținute vor fi comparate cu cele obținute prin folosirea funcției Matlab **fminunc**.
3. Să se determine minimul funcţiei:

$$F(X) = \min(x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 2)$$

   folosind metoda de optimizare ciclică de-a lungul axelor de coordonate, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [2 \quad 1]^t$. Rezultatele obținute vor fi comparate cu cele obținute prin folosirea funcției Matlab **fminunc**.

LUCRAREA 9

PROGRAMAREA NELINIARĂ ÎN REZOLVAREA PROBLEMELOR DIN ENERGETICĂ. METODE DE ORDINUL 1

9.1. Aspecte generale

Metodele de ordinul unu apelează la calculul derivatelor de ordinul unu pentru determinarea direcţiei şi a pasului de deplasare. Acestea realizează un compromis între simplitate şi eficienţă, fiind cele mai utilizate în practică.

Se poate reaminti faptul că, pentru o funcţie obiectiv continuă şi derivabilă, gradientul într-un punct curent $X^{(k)}$ reprezintă vectorul derivatelor parţiale de ordinul unu în punctul respectiv. Acest vector este ortogonal la conturul lui $F(X)$ ce trece prin punctul $X^{(k)}$. Direcţia lui corespunde celei mai rapide creşteri a lui $F(X)$, ceea ce permite utilizarea ei pentru maximizare sau a direcţiei opuse, pentru minimizare.

9.2. Metoda gradientului simplu

Metoda gradientului simplu este cea mai simplă metodă de ordinul 1 pentru minimizarea unei funcții de mai multe variabile.

Metoda are la bază relaţia de recurenţă:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda^{(k)} d^{(k)}\ , \quad k = 1,\ 2,\ 3, ... \tag{9.1}$$

unde direcţia $d^{(k)} = -\nabla F(X^{(k)})$.

Sub forma gradientului simplu, metoda s-a dovedit ineficientă din cauza deplasării în zig-zag. În schimb, metodele care au la bază gradienţii conjugaţi ne conduc la rezultate foarte bune, fiind cele mai utilizate în practică.

9.3. Metoda gradienților conjugați

În cadrul metodelor de gradienţi conjugaţi noua direcţie de deplasare poate fi determinată dacă se utilizează o combinaţie între gradientul calculat în punctul $X^{(k)}$ şi direcţia precedentă,

$$d^{(k)} = -g^{(k)} + \beta^{(k)} d^{(k-1)}, k = 1, 2, ... \tag{9.2}$$

$$d^{(0)} = -g^{(0)} \tag{9.3}$$

Există mai multe variante ale metodelor de gradienţi conjugaţi, acestea deosebindu-se prin modul de determinare a parametrului scalar $\beta^{(k)}$:

- metoda Fletcher-Reeves:

$$\beta^{(k)} = \frac{\left(g^{(k)}, g^{(k)}\right)}{\left(g^{(k-1)}, g^{(k-1)}\right)} \tag{9.4}$$

- metoda Polak-Ribière:

$$\beta^{(k)} = \frac{\left(g^{(k)}, g^{(k)} - g^{(k-1)}\right)}{\left(g^{(k-1)}, g^{(k-1)}\right)} \tag{9.5}$$

- metoda Hestenes-Stiefel:

$$\beta^{(k)} = \frac{\left(g^{(k)}, g^{(k)} - g^{(k-1)}\right)}{\left(g^{(k)} - g^{(k-1)}, d^{(k-1)}\right)} \tag{9.6}$$

Toate cele trei metode, calculează minimul funcţiei $F(X)$ în cel mult n iteraţii, convergenţa lor fiind bună.

9.4. Exemplu numeric

Să se determine minimul funcţiei:

$$F(X) = \min(x_1^2 + 4 \cdot x_2^2 - 4)$$

folosind metoda gradienţilor conjugaţi, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [5 \quad 4]^t$.

Conform metodei valoarea optimă se va atinge în cel mult 2 iteraţii.

Se calculează gradientul şi hesianul funcţiei $F(X)$:

$$g = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial F(X)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial F(X)}{\partial x_2} \end{bmatrix}_t = [2x_1 \quad 8x_2]^t$$

$$H = C = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 F(X)}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 F(X)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \dfrac{\partial^2 F(X)}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 F(X)}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Iteraţia 1

Se determină direcţia $d^{(0)} = -g^{(0)}$, adică:

$$d^{(0)} = -[2 \cdot 5 \quad 8 \cdot 4]^t = -[10 \quad 32]^t$$

Pentru determinarea valorii pasului de deplasare $\lambda^{(1)}$ se va utiliza relaţia (10.52):

$$\lambda^{(0)} = -\frac{[10 \quad 32] \cdot [-10 \quad -32]^t}{[-10 \quad -32] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} [-10 \quad -32]^t} = 0{,}1339$$

În continuare pentru determinarea noii aproximaţii se va utiliza relaţia iterativă:

$$X^{(1)} = X^{(0)} + \lambda^{(0)} d^{(0)} = [5 \quad 4]^t + 0{,}1339 \cdot [-10 \quad -32]^t = [3{,}6606 \quad -0{,}2860]^t$$

Iteraţia 2

Direcţia de deplasare $d^{(1)}$ se determină cu ajutorul relaţiei (9.2):

$$d^{(1)} = -g^{(1)} + \beta^{(1)} \cdot d^{(0)}$$

Coeficientul $\beta^{(1)}$ se calculează cu relaţia (9.4):

$$\beta^{(1)} = \frac{[7{,}3213 \quad -2{,}2879] \cdot [7{,}3213 \quad -2{,}2879]^t}{[10 \quad 32] \cdot [-10 \quad -32]^t} = 0{,}0523$$

$$d^{(1)} = -[7{,}3213 \quad -2{,}2879]^t + 0{,}0523 \cdot [-10 \quad -32]^t = [-7{,}8447 \quad 0{,}6129]^t$$

Valoarea noului pas de deplasare $\lambda^{(1)}$ este:

$$\lambda^{(1)} = -\frac{[7{,}3213 \quad -2{,}2879][-7{,}8447 \quad 0{,}6129]^t}{[-7{,}8447 \quad 0{,}6129]\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}[-7{,}8447 \quad 0{,}6129]^t} = 0{,}4666$$

Valorile pasului de deplasare şi a direcţiei se vor introduce în relaţia iterativă obţinându-se:

$$X^{(2)} = \begin{bmatrix} 3{,}6606 \\ -0{,}286 \end{bmatrix} + 0{,}4666 \cdot \begin{bmatrix} -78447 \\ 0{,}6129 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

9.5. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Să se determine minimul funcţiei:

$$F(X) = \min(x_1^2 + 2 \cdot x_2^2 - 1)$$

   folosind metoda gradientului simplu, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [3 \quad 1]^t$. Rezultatele obținute vor fi comparate cu cele obținute prin folosirea funcției Matlab **fminunc**.
3. Să se determine minimul funcţiei:

$$F(X) = \min(x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 2)$$

   folosind metoda gradientului conjugat, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [2 \quad 1]^t$. Rezultatele obținute vor fi comparate cu cele obținute prin folosirea funcției Matlab **fminunc**.

LUCRAREA 10

PROGRAMAREA NELINIARĂ ÎN REZOLVAREA PROBLEMELOR DIN ENERGETICĂ. METODE DE ORDINUL 2

10.1. Aspecte generale

Utilizarea gradientului ca direcţie de explorare este conformă cu aproximarea liniară a funcţiei obiectiv în dezvoltarea acesteia în serie Taylor. Totuși, o aproximare pătratică de forma:

$$F(X) = F\left(X^{(k)}\right) + \left(g^{(k)}, \Delta X^{(k)}\right) + \frac{1}{2}\left(d^{(k)}, H^{(k)} d^{(k)}\right) \tag{10.1}$$

este mai aproape de realitate. Minimul funcției se obţine prin derivare în raport cu componentele lui $d^{(k)}$ şi anularea derivatelor respective, de unde rezultă:

$$d^{(k)} = -H^{(k)^{-1}} g^{(k)} \tag{10.2}$$

Astfel, dacă se introduce (10.2) în relaţia iterativă,

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda^{(k)} d^{(k)}, \quad k = 1,\ 2,\ 3, \ldots \tag{10.3}$$

rezultă:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \lambda^{(k)} \cdot H^{(k)^{-1}} g^{(k)} \tag{10.4}$$

unde $\lambda^{(k)}$ poate lua valori arbitrare sau optime. În cazul unor funcţii obiectiv pătratice, minimul va fi atins încă din prima iteraţie, pentru $\lambda^{(0)} = 1$.

Aplicarea metodelor de ordinul 2, denumite și metode Newton, cere ca matricea $H^{(k)}$ să fie pozitiv definită la fiecare iteraţie. Pentru că aproximarea pătratică este superioară celei liniare, convergenţa metodei în apropierea optimului va fi sensibil mai bună decât a metodelor de ordinul 1. În plus, disponibilitatea derivatelor de ordinul doi permite verificarea condiţiilor de suficienţă a optimului.

Totuşi, aceste avantaje se pierd datorită volumului de calcul necesar obţinerii derivatelor de ordinul doi şi pentru inversarea matricei $H^{(k)}$. În plus, din cauza condiţiei $H^{(k)} > 0$ pot apărea situaţii în care metoda nu poate fi aplicată (cazurile în care $F(X)$ este liniară pe anumite porţiuni, iar $H^{(k)} = 0$).

De asemenea, pot apărea unele cazuri în care $F(X^{(k+1)}) > F(X^{(k+1)})$, deşi $H^{(k)} > 0$, aproximaţia pătratică fiind valabilă doar într-o zonă foarte limitată. Pentru a evita aceste situaţii s-au propus diferite metode care constrâng matricea $H^{(k)}$ să fie pozitiv definită la fiecare iteraţie.

10.2. Metode de tip quasi-Newton

Un loc special în cadrul metodelor Newton îl ocupă aşa-zisele metode quasi-Newton. Acestea din urmă au fost elaborate în scopul evitării principalelor dezavantaje ale metodelor Newton referitoare la inversarea matricei hessiene în fiecare iteraţie. Metodele quasi-Newton au la bază relaţia de recurenţă,

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \lambda^k \cdot \widetilde{H}^{(k)} g^{(k)} \tag{10.5}$$

unde matricea $\widetilde{H}^{(k)}$ reprezintă o aproximaţie a lui ${H^{(k)}}^{-1}$.

Relaţia (10.5) poate fi considerată ca fiind relaţia fundamentală care stă la baza metodelor ce utilizează derivatele. Astfel, în cazul în care matricea $\widetilde{H}^{(k)}$ se identifică cu matricea unitate I_n, se obţin metodele de gradient, iar pentru cazul în care matricea $\widetilde{H}^{(k)}$ se identifică cu inversa matricei hessiene ${H^{(k)}}^{-1}$, se obţin metodele de tip Newton.

Cel mai performant algoritm din această categorie de metode este *algoritmul Davidson-Fletcher-Powell*. Caracteristic acestui algoritm este faptul că modificarea matricei $\widetilde{H}^{(k)}$ la fiecare iteraţie este facută astfel încât pentru o funcţie pătratică de n variabile, în limita a n iteraţii, matricea $\widetilde{H}^{(k)}$ să devină egală cu matricea ${H^{(k)}}^{-1}$. Iniţial, matricea $\widetilde{H}$ se alege ca fiind matricea unitate I_n, astfel încât prima iteraţie decurge după metoda gradientului. În continuare se face o modificare treptată de la direcţia gradientului la cea a metodei Newton, reuşindu-se astfel combinarea avantajelor aferente celor două metode. De fapt într-o regiune îndepărtată de optim metoda gradientului este mai rapidă, în timp ce în apropierea optimului, metoda Newton este superioară.

Convergenţa metodei Davidon-Fletcher-Powell a fost demonstrată doar pentru funcţii obiectiv pătratice, având matricea hessiană pozitiv definită. Relaţia de recurenţă care stă la baza metodei este următoarea:

$$\begin{aligned}\widetilde{H}^{(k+1)} &= \widetilde{H}^{(k)} + A^{(k)} - B^{(k)} = \widetilde{H}^{(k)} + \frac{[\Delta X^{(k)}][\Delta X^{(k)}]^t}{(\Delta X^{(k)}, \Delta g^{(k)})} - \\ &- \frac{[\widetilde{H}^{(k)}][\Delta g^{(k)}][\Delta g^{(k)}]^t [\widetilde{H}^{(k)}]^t}{(\Delta g^{(k)}, H^{(k)} \Delta g^{(k)})}\end{aligned} \tag{10.6}$$

unde:

$$\Delta X^{(k)} = X^{(k+1)} - X^{(k)}, \quad \Delta g^{(k)} = g^{(k+1)} - g^{(k)} \tag{10.7}$$

10.3. Exemple numerice

Exemplul 1

Să se determine minimul funcţiei:

$$F(X) = \min(x_1^2 + 4 \cdot x_2^2 - 4)$$

folosind metoda Newton, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [5 \quad 4]^t$, iar $\lambda^{(0)} = 1$.

Se calculează gradientul şi hesianul funcţiei $F(X)$:

$$g = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial F(X)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial F(X)}{\partial x_2} \end{bmatrix}_t = [2x_1 \quad 8x_2]^t$$

$$H = C = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 F(X)}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 F(X)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \dfrac{\partial^2 F(X)}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 F(X)}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Aplicând relaţia (10.4) rezultă:

$$X^{(1)} = X^{(0)} - H^{(0)^{-1}} \cdot g^{(0)} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 10 \\ 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Exemplul 2

1. Să se determine minimul funcţiei:

$$F(X) = \min\left(4 \cdot (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2\right)$$

folosind metoda Davidon-Fletcher-Powell, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [6 \quad 5]^t$.

Se calculează gradientul funcţiei obiectiv:

$$g^{(k)} = \begin{bmatrix} 8(x_1 - 2) \\ 2(x_2 - 3) \end{bmatrix}_{X = X^{(k)}}, \quad g^{(0)} = \begin{bmatrix} 32 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Iteraţia 1

Se consideră $\widetilde{H}^{(0)} = I_n$, astfel încât relaţia iterativă are următoarea formă:

$$X^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix} - \lambda^{(0)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 32 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 - 32\lambda^{(0)} \\ 5 - 4\lambda^{(0)} \end{bmatrix}$$

Pentru determinarea lungimii pasului de deplasare $\lambda^{(0)}$, se introduc valorile $x_1^{(1)}$ şi $x_2^{(1)}$ în expresia funcţiei obiectiv F, se face derivata în raport cu $\lambda^{(0)}$, după care se anulează:

$$\frac{\partial F(x^{(1)})}{\partial \lambda^{(0)}} = 65 - 514\lambda^{(0)} = 0 \rightarrow \lambda^{(0)} = 0{,}1264$$

Prin urmare, valoarea noii aproximaţii este:

$$X^{(1)} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix} - 0{,}1264 \cdot \begin{bmatrix} 32 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}955 \\ 4{,}494 \end{bmatrix}.$$

Iteraţia 2

Se calculează ΔX şi Δg:

$$g^{(1)} = \begin{bmatrix} -0{,}36 \\ 2{,}988 \end{bmatrix},\ \Delta X^{(1)} = \begin{bmatrix} -4{,}045 \\ -0{,}506 \end{bmatrix} \text{ şi } \Delta g^{(1)} = \begin{bmatrix} -32{,}36 \\ -1{,}012 \end{bmatrix}$$

Folosind relaţia (10.6) se calculează matricea $\widetilde{H}^{(1)}$:

$$H^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} -4{,}045 & 0 \\ -0{,}506 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4{,}045 & -0{,}506 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -4{,}045 & -0{,}506 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -32{,}36 \\ -1{,}012 \end{bmatrix}} +$$

$$+ \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -32{,}36 & 0 \\ -1{,}012 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -32{,}36 & -1{,}012 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -32{,}36 \\ -1{,}012 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0{,}1554 & -0{,}0147 \\ -0{,}0147 & 1{,}001 \end{bmatrix}$$

În continuare se poate calcula noua aproximaţie $X^{(2)}$:

- $$X^{(2)} = \begin{bmatrix} X_1^{(2)} \\ X_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}955 \\ 4{,}494 \end{bmatrix} - \lambda^{(1)} \begin{bmatrix} 0{,}1554 & -0{,}0147 \\ -0{,}0147 & 1{,}0010 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0{,}36 \\ 4{,}494 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

unde $\lambda^{(1)} = 0{,}4984$ a fost determinat în mod similar ca $\lambda^{(0)}$.

Deoarece $g^{(2)} = [0 \quad 0]^t$, calculele sunt terminate, punctul $X^{(2)} = [2 \quad 3]^t$ fiind soluţia optimală căutată.

10.4. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Să se determine minimul funcţiei:

   $$F(X) = \min(x_1^2 + 2 \cdot x_2^2 - 1)$$

   folosind metoda Newton, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [3 \quad 1]^t$. Rezultatele obținute vor fi comparate cu cele obținute folosind funcția Matlab **fminunc**.
3. Să se determine minimul funcţiei:

   $$F(X) = \min(x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 2)$$

folosind metoda cvasi Newton, indicându-se ca punct de pornire $X^{(0)} = [2 \quad 1]^t$. Rezultatele obținute vor fi comparate cu cele obținute folosind funcția Matlab **fminunc**.

LUCRAREA 11

REPARTIZAREA OPTIMALĂ A PUTERILOR ACTIVE ÎNTRE CENTRALELE ELECTRICE ALE UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC FOLOSIND PROGRAMAREA NELINIARĂ CU RESTRICȚII

11.1. Aspecte generale privind programarea neliniară cu restricții

Marea majoritate a problemelor practice conţin limitări privind domeniul admis pentru vectorul variabilelor de optimizare $X = [x_1, x_2, ..., x_n]$ şi prin aceasta, soluţia optimă trebuie să fie aleasă în mod obligatoriu din domeniul respectiv.

Deci, în general, problema care trebuie rezolvată se referă la determinarea valorii variabilelor care asigură extremul unei funcţii obiectiv:

$$\textbf{FO:} \quad \min F(X) = \min F(x_1,\ x_2,\ ..., x_n) \tag{11.1}$$

în prezenţa restricţiilor,

$$\textbf{RE:} \quad g_i(x_1, x_2,\ ..., x_n) \le 0, \quad i = 1,\dots,m$$

$$x_j \ge 0,\ \ j = 1,\dots,n \tag{11.2}$$

Condiţiile care trebuie să fie satisfăcute pentru un optim cu restricţii, local sau global au fost stabilite de Kuhn şi Tucker plecând de la modelele clasice ale multiplicatorilor lui Lagrange.

Dacă $F(X)$ şi $g_i(X)$ au derivate parţiale de ordinul întâi, în raport cu x_j, $j = 1, \dots, n$, considerând în relaţia (11.2) doar restricţiile de egalitate, funcţia Lagrange asociată problemei (11.1) - (11.2) are următoarea formă:

$$\phi(x,\lambda) = F(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(X) \qquad (11.3)$$

unde λ_i, $i = 1, ..., m$, sunt multiplicatorii Lagrange.

Un punct extrem al funcţiei $\Phi(X, \lambda)$, care poate fi punctul de minim, se poate obţine prin anularea derivatelor de ordinul 1, adică:

$$\frac{\partial \Phi(X,\lambda)}{\partial x_j} = \frac{\partial F(X)}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i(X)}{\partial x_j} = 0, \quad j = 1,\ldots,n \qquad (11.4)$$

$$\frac{\partial \Phi(X,\lambda)}{\partial \lambda_i} = g_i(X) = 0, \quad i = 1,\ldots,m \qquad (11.5)$$

Relaţia (11.4) indică faptul că în punctul de minim gradientul funcţiei obiectiv este o combinaţie liniară a gradientuţilor restricţiilor. Relaţiile (11.4) şi (11.5) reprezintă condiţiile necesare dar nu şi suficiente pentru minim. Suficienţa este asigurată numai dacă funcţia obiectiv $F(X)$ este convexă, iar restricţiile sunt liniare. În concluzie, minimul funcţiei $F(X)$, în prezenţa restricţiilor de egalitate $g_i(X) = 0$, este obţinut pentru acele valori ale lui X care minimizează fără restricţii funcţia auxiliară $\Phi(X, \lambda)$.

Pentru folosirea acestei metode se aleg iniţial valori pentru λ_i, $i = 1, ..., m$, şi cu acestea se rezolvă sistemul (11.4) de n ecuaţii cu n necunoscute, x_j, $j = 1, \ldots, n$. Soluţiile găsite şi care depind de valorile lui λ_i sunt introduse în cele m restricţii. Dacă acestea nu sunt satisfăcute, se aleg alte valori pentru λ_i, $i = 1, ..., m$, până când cele $(n+m)$ ecuaţii vor fi satisfăcute de valorile alese.

Conceptul multiplicatorilor lui Lagrange a fost extins şi la cazul restricţiilor de inegalitate. Astfel, condițiile Kuhn-Tucker obținute în această situație sunt:

$$\frac{\partial F(X)}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i(X)}{\partial x_j} = 0, \; j = 1,\ldots,n \qquad (11.6)$$

$$g_i(X) \le 0, \quad i = 1,\ldots,m \qquad (11.7)$$

$$\lambda_i g_i(X) = 0, \quad i = 1,\ldots,m \qquad (11.8)$$

$$\lambda_i \ge 0, \quad i = 1,\ldots,m \qquad (11.9)$$

Trebuie făcută menţiunea că, în situaţia în care $F(X)$ şi $g_i(X)$ sunt convexe, relaţiile (11.6)-(11.9) ne conduc la minimul global.

Semnul multiplicatorilor λ_i, $i = 1, ..., m$, se schimbă în funcţie de natura optimului căutat şi de semnul restricţiilor.

Condiţiile Kuhn-Tucker ne indică faptul că pentru o restricţie care nu este activă, de exemplu,

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j = b_i\,,$$

multiplicatorul $\lambda_i = 0$.

11.2. Modelul matematic corespunzător repartizării optime a puterilor active între centralele electrice

Dacă se cunoaşte puterea cerută la nivelul consumatorilor şi dacă se cunosc caracteristicile de consum (cost) ale grupurilor din centrale, se poate pune întrebarea cum trebuie să fie repartizată puterea cerută de sistem, între centralele respective, astfel încât costul de producţie, transport şi distribuţie să fie minim.

În acest scop se va dezvolta modelul matematic corespunzător repartizării optime a puterilor active între centralele interconectate ale unui sistem electroenergetic în următoarele ipoteze:

- structura instalaţiilor în funcţiune rămîne constantă;
- sistemul funcţionează într-un anumit regim permanent (puterile cerute de consumatori rămîn constante pentru perioada studiată).

În continuare se consideră faptul că sistemul electroenergetic este format din m centrale termoelectrice, dintre care centrala 1 este centrală de echilibru. Se consideră cunoscute caracteristicile de consum de combustibil ale centralelor implicate în procesul de optimizare, cât şi puterea cerută de sistem, P_c.

$$\begin{aligned} &B_i(P_i) = B_{2i}\cdot P_i^2 + B_{1i}\cdot P_i + B_{0i}\,, \quad i=\overline{1,m} \\ &\underline{P_i} \le P_i \le \overline{P_i}\,, \quad i=\overline{1,m} \end{aligned} \tag{11.10}$$

Modelul de optimizare este următorul:

$$\textbf{FO:} \quad \min B(P) = \min \sum_{i=1}^{m} (B_{2i} \cdot P_i^2 + B_{1i} \cdot P_i + B_{0i}) \tag{11.11}$$

$$\textbf{RE:} \quad \begin{aligned} &\sum_{i=1}^{m} P_i = P_c + \Delta P \\ &\underline{P_i} \le P_i \le \overline{P_i} \end{aligned} \tag{11.12}$$

unde:

ΔP – pierderile totale de putere în reţea;

P_c – puterea activă totală cerută în sistem (include şi puterea debitată de CHE, respectând convenţia de semn).

Modelul de optimizare (11.11 – 11.12) aparţine programării neliniare cu restricţii. Pentru rezolvare poate fi utilizată orice metodă de optimizare aparţinând programării neliniare.

11.3. Rezolvarea problemelor de programare neliniară cu restricţii cu funcţii MatLab

În general, o problemă de determinare a minimului unei funcţii neliniare în prezenţa unor restricţii de egalitate sau inegalitate poate avea următoarea formă:

$$\min_X F(X) \tag{11.3}$$

în prezenţa restricţiilor:

$$\begin{aligned} g(X) &= A \cdot X \le b \\ h(X) &= A_{eg} \cdot X = b_{eg} \\ X_{\min} &\le X \le X_{\max} \end{aligned} \tag{11.4}$$

unde:

X, b, b_{eg}, X_{min}, X_{max} – vectori;

$g(X)$ şi $h(X)$ – funcţii ce returnează vectori;

A, A_{eg} – matrice;

$F(X)$ – funcţie ce returnează un scalar.

Sintaxele pnetru apelarea funcției Matlab sunt următoarele:

X = **fmincon**(@*fun*, $X0$, A, b) (a)

X = **fmincon**(@*fun*,$X0$, A, b, A_{eg}, b_{eg}) (b)

X = **fmincon**(@*fun*, $X0$, A, b, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max}) (c)

X = **fmincon**(@*fun*, $X0$, A, b, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max}, @*restrictii*) (d)

X = **fmincon**(@*fun*, *X0*, A, b, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max},@*restrictii*, *options*) (e)

[X, *val_functie*, *convergenta*, *informatii*] = **fmincon**(...) (f)

unde:

(a) procesul are ca punct de plecare punctul $X0$ şi găseşte minimul funcţiei descrisă în fişierul *fun*, în prezenţa restricţiilor de inegalitate $A \cdot X \leq b$. $X0$ poate fi un vector, un scalar sau o matrice;

(b) minimizează funcţia descrisă în fişierul *fun* în prezenţa restricţiilor de egalitate şi inegalitate $A_{eg} \cdot X = b_{eg}$, $A \cdot X \leq b$. Dacă restricţiile de inegalitate nu există atunci A=[ ] şi b=[ ];

(c) defineşte o mulţime de limite/graniţe inferioare şi superioare, corespunzătoare variabilelor de optimizat X, astfel încît soluţia se găseşte întotdeauna în intervalul [X_{min}, X_{max}]. Dacă restricţiile de egalitate nu există atunci A_{eg} = [ ] şi b_{eg} = [ ];

(d) minimizează funcţia descrisă în fişierul *fun*, în prezenţa restricţiilor de egalitate $h(X)$ sau inegalitate $g(X)$, descrise în fişierul **restrictii**. Dacă X_{min}, respectiv X_{max} nu există atunci: X_{min} = [ ] şi/sau X_{max} = [ ];

(e) minimizează funcţia descrisă în fişierul *fun*, în prezenţa restricţiilor de egalitate $h(X)$ sau inegalitate $g(X)$, descrise în fişierul *restrictii*, cu parametrii de optimizare precizaţi în structura *options*;

(f) X – soluţia problemei;

val_funcţie – returnează valorile funcţiilor obiectiv corespunzătoare soluţiei găsite;

convergenta – furnizează informaţii cu privire la convergenţa procesului. Dacă *convergenta* = 1, funcţia converge la soluţia X, dacă *convergenta* = 0, numărul maxim de evaluări a funcţiei sau numărul maxim de iteraţii a fost depăşit, iar dacă *convergenta* = -1 procesul de optimizare este divergent;

informatii – oferă informaţii despre procesul de optimizare (numărul de iteraţii, numărul de evaluări ale funcţiei, algoritmul folosit).

Parametrii de intrare şi ieşire sunt următorii:

fun – fişier funcţie ce conţine expresiile funcţiilor obiectiv. Acest fişier are ca variabilă de intrare X, iar ca variabilă de ieşire un scalar F, a cărui valoare reprezintă funcţia obiectiv evaluată în punctul X. Fişierul *fun* poate fi apelat astfel:

function F = **fun**(X)

restrictii – fişier funcție, în care se introduc atât restricţiile neliniare de inegalitate, cât şi cele de egalitate $g(X) \leq 0$, $h(X) = 0$. Fişierul are ca variabilă de intrare un vector X, iar ca variabile de ieşire, doi vectori g şi h. Fişierul poate fi apelat astfel:

function [g, h] = **restricţii**(X).

11.4. Exemplu numeric

Se consideră un sistem format din trei centrale debitând într-un nod şi se cere minimizarea consumului total de combustibil convenţional, pentru o putere cerută de nodul consumator. Pierderile de putere în reţea se consideră constante şi incluse în puterea absorbită în nodul consumator.

Cele trei caracteristici de consum orar de combustibil ale centralelor, date la ieşirea din centrale şi limitele tehnice corespunzătoare sînt:

$$B_1(P_1) = P_1^2 \cdot 0{,}0008 + P_1 \cdot 0{,}24 + B_{01}, \quad 50 \leq P_1 \leq 195 MW$$

$$B_2(P_2) = P_2^2 \cdot 0{,}001 + P_2 \cdot 0{,}16 + B_{02}, \quad 70 \leq P_2 \leq 300 MW$$

$$B_3(P_3) = P_3^2 \cdot 0{,}001 + P_3 \cdot 0{,}18 + B_{03}, \quad 60 \leq P_3 \leq 250 MW$$

Sarcina ce trebuie satisfăcută este de 625 MW.

Rezolvare:

Se construieşte modelul matematic de optimizare:

FO: $\min(B) = 0{,}24P_1 + 0{,}0008P_1^2 + 0{,}16P_2 + 0{,}001P_2^2 + 0{,}18P_3 + 0{,}001P_3^2$

$$\text{RE:}\quad \begin{aligned} & P_1 + P_2 + P_3 = 625 \\ & 50 - P_1 \le 0\,;\, P_1 - 195 \le 0\,; \\ & 70 - P_2 \le 0\,;\, P_2 - 300 \le 0\,; \\ & 60 - P_3 \le 0\,;\, P_3 - 250 \le 0\,; \\ & P_1\,, P_2\,, P_3 \ge 0 \end{aligned}$$

Se transformă problema de programare neliniară cu restricţii într-o problemă de programare neliniară fără restricţii, construind funcția Lagrange:

$$\Phi = 0{,}24P_1 + 0{,}0008\,P_1^2 + 0{,}16P_2 + 0{,}001P_2^2 + 0{,}18P_3 + 0{,}001P_3^2 + \\ + \lambda\left[625 - \left(P_1 + P\ + P_3\right)\right] + \lambda_1\left(P_1 - 195\right)$$

şi se foloseşte metoda gradientului cu pas constant.

Se alege un punct iniţial de plecare: $P_1 = 190$; $P_2 = 250$; $P_3 = 185$, iar pentru multiplicatorii Lagrange valorile: $\lambda = 0{,}6$ şi $\lambda_1 = 0{,}049$. Deasemeni, se alege pasul de deplasare: 500.

Iteraţia 1

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} = 0{,}24 + 0{,}0016 \cdot 190 - 0{,}6 + 0{,}049 = -0{,}007$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_2} = 0{,}16 + 0{,}002 \cdot 250 - 0{,}6 = 0{,}060$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_3} = 0{,}18 + 0{,}002 \cdot 185 - 0{,}6 = -0{,}05$$

$$P_1^{(1)} = 190 - 500 \cdot \left(-0{,}007\right) = 193{,}5$$
$$P_2^{(1)} = 250 - 500 \cdot \left(0{,}06\right) = 220{,}0$$
$$P_3^{(1)} = 185 - 500 \cdot \left(-0{,}05\right) = 210{,}0$$

Se verifică restricțiile și se observă că acestea nu sunt satisfăcute.

Iteraţia 2

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} = 0,24 + 0,0016 \cdot 193,5 - 0,6 + 0,049 = -0,002$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_2} = 0,16 + 0,002 \cdot 220 - 0,6 = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_3} = 0,18 + 0,002 \cdot 210 - 0,6 = 0$$

$$P_1^{(2)} = 193,5 - 500 \cdot (-0,002) = 194,5$$

$$P_2^{(2)} = 220 - 500 \cdot 0 = 220,0$$

$$P_3^{(2)} = 210 - 500 \cdot 0 = 210,0$$

Se verifică restricțiile și se observă că acestea nu sunt satisfăcute.

Iteraţia 3

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} = 0,24 + 0,0016 \cdot 194,5 - 0,6 + 0,049 = -0,001$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_2} = 0,16 + 0,002 \cdot 220 - 0,6 = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_3} = 0,18 + 0,002 \cdot 210 - 0,6 = 0$$

$$P_1^{(3)} = 194,5 - 500 \cdot (-0,002) = 195$$

$$P_2^{(3)} = 220 - 500 \cdot 0 = 220,0$$

$$P_3^{(3)} = 210 - 500 \cdot 0 = 210,0$$

Se verifică restricțiile și se observă că în această iterație acestea sunt satisfăcute.

Rezolvarea problemelor PN cu restricţii folosind funcţii MatLab

In general, o problemă de găsire a minimului unei funcţii neliniare în prezenţa unor restricţii de egalitate sau inegalitate poate avea următoarea formă:

$$\min_{X} F(X) \tag{11.5}$$

în prezenţa restricţiilor:

$$\begin{aligned} & g(X) = A \cdot X \le b \\ & h(X) = A_{eg} \cdot X = b_{eg} \\ & X_{\min} \le X \le X_{\max} \end{aligned} \tag{11.6}$$

unde:

X, b, b_{eg}, X_{min}, X_{max} – vectori;

$g(X)$ şi $h(X)$ – funcţii ce returnează vectori;

A, A_{eg} – matrice;

$F(X)$ – funcţie ce returnează un scalar.

Sintaxa

X = **fmincon**(@*fun*, *X*0, *A*, *b*) (a)

X = **fmincon**(@*fun*,*X*0, *A*, *b*, A_{eg}, b_{eg}) (b)

X = **fmincon**(@*fun*, *X*0, *A*, *b*, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max}) (c)

X = **fmincon**(@*fun*, *X*0, *A*, *b*, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max}, @*restrictii*) (d)

X = **fmincon**(@*fun*, *X0*, *A*, *b*, A_{eg}, b_{eg}, X_{min}, X_{max},@*restrictii*, *options*) (e)

[*X*, *val_functie*, *convergenta*, *informatii*] = **fmincon**(...) (f)

unde:

(g) procesul are ca punct de plecare punctul *X*0 şi găseşte minimul funcţiei descrisă în fişierul *fun*, în prezenţa restricţiilor de inegalitate $A \cdot X \le b$. *X*0 poate fi un vector, un scalar sau o matrice;

(h) minimizează funcţia descrisă în fişierul *fun* în prezenţa restricţiilor de egalitate şi inegalitate $A_{eg} \cdot X = b_{eg}$, $A \cdot X \le b$. Dacă restricţiile de inegalitate nu există atunci *A*=[ ] şi *b*=[ ];

(i) defineşte o mulţime de limite/graniţe inferioare şi superioare, corespunzătoare variabilelor de optimizat *X*, astfel încît soluţia se găseşte întotdeauna în intervalul [X_{min}, X_{max}]. Dacă restricţiile de egalitate nu există atunci A_{eg} = [ ] şi b_{eg} = [ ];

(j) minimizează funcţia descrisă în fişierul *fun*, în prezenţa restricţiilor de egalitate $h(X)$ sau inegalitate $g(X)$, descrise în fişierul **restrictii**. Dacă X_{min}, respectiv X_{max} nu există atunci: X_{min} = [ ] şi/sau X_{max} = [ ];

(k) minimizează funcţia descrisă în fişierul *fun*, în prezenţa restricţiilor de egalitate $h(X)$ sau inegalitate $g(X)$, descrise în fişierul *restrictii*, cu parametrii de optimizare precizaţi în structura *options*;

(l) X – soluţia problemei;

val_funcţie – returnează valorile funcţiilor obiectiv corespunzătoare soluţiei găsite;

convergenta – furnizează informaţii cu privire la convergenţa procesului. Dacă *convergenta* = 1, funcţia converge la soluţia X, dacă *convergenta* = 0, numărul maxim de evaluări a funcţiei sau numărul maxim de iteraţii a fost depăşit, iar dacă *convergenta* = -1 procesul de optimizare este divergent;

informatii – oferă informaţii despre procesul de optimizare (numărul de iteraţii, numărul de evaluări ale funcţiei, algoritmul folosit).

Parametrii de intrare şi ieşire

fun – fişier funcţie ce conţine expresiile funcţiilor obiectiv. Acest fişier are ca variabilă de intrare X, iar ca variabilă de ieşire un scalar F, a cărui valoare reprezintă funcţia obiectiv evaluată în punctul X. Fişierul *fun* poate fi apelat astfel:

function F = **fun**(X)

restrictii – fişier funcţie, în care se introduc atât restricţiile neliniare de inegalitate, cât şi cele de egalitate $g(X) \leq 0$, $h(X) = 0$. Fişierul are ca variabilă de intrare un vector X, iar ca variabile de ieşire, doi vectori g şi h. Fişierul poate fi apelat astfel:

function [g, h] = **restricţii**(X).

11.5. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Se va studia funcția Matlab prezentată în paragraful 11.3.
3. Pentru exemplul numeric prezentat în paragraful 11.4 se va folosi funcția Matlab **fmincon** pentru modelul matematic de optimizare inițial ce conține restricții.
4. Pentru exemplul numeric prezentat în paragraful 11.4 se va folosi funcția Matlab **fminunc** pentru modelul matematic de optimizare fără restricții.
5. Se vor compara rezultatele obținute la punctele 3 și 4 cu cele obținute folosind metoda gradientului cu pas constat folosită în paragraful 11.4.

LUCRAREA 12

DIMENSIONAREA OPTIMALĂ A STAŢIILOR/ POSTURILOR DE TRANSFORMARE FOLOSIND PROGRAMAREA NELINIARĂ CU RESTRICȚII

12.1. Aspecte generale

În faza de proiectare, alegerea transformatoarelor din staţii şi posturi presupune determinarea:

- numărului optim de transformatoare cu care acestea sunt echipate;
- puterilor nominale optime ale transformatoarelor respective.

Schema generală de soluţionare a acestor probleme cuprinde două faze succesive:

- fundamentarea soluţiilor pe baza criteriului economic;
- verificarea şi satisfacerea tuturor cerinţelor tehnice impuse.

Drept criteriu de optimizare se poate utiliza criteriul Cheltuielilor anuale de calcul (CA). În baza acestui criteriu avem:

$$CA = \frac{1}{T_n} \cdot I + C_E + D_\Sigma \qquad (12.1)$$

unde:

I – investiţiile;

C_E – cheltuieli totale de exploatare;

D_Σ - daune totale în decurs de un an;

T_n – durata normată de recuperare a investiţiilor, în ani;

Se poate realiza un model de dimensionare optimă a unei staţii sau post de transformare, model care aparţine programării matematice neliniare cu restricții. În practica curentă de proiectare a staţiilor/posturilor de transformare, toate variantele prezentate spre comparare asigură acelaşi grad de siguranţă (normat) în alimentarea cu energie electrică a consumatorului. In această ipoteză, componenta D_{Σ} poate fi ignorată, evitând şi dificultăţile privind efectuarea calculelor aferente.

12.2. Modelul matematic de optimizare

Variabilele de optimizare

Ca variabile de optimizare se vor alege în vederea dimensionării optime a staţiilor/ postulurilor de transformare următoarele:

- N – numărul de transformatoare identice, în [buc.];
- S_n – puterea aparentă nominală a unui transformatoare, în [kVA].

Funcţia obiectiv

Conform unor studii se poate accepta că pierderile de mers în gol şi pierderile în sarcină variază cu puterea aparentă nominală a transformatorului la puterea ¾, :

$$y = a \cdot S_n^{\frac{3}{4}} \tag{12.2}$$

În continuare, se va considera, în mod similar, că şi costul transformatoarelor urmează aceeaşi lege de variaţie.

Pornind de la expresia (12.2), se vor exprima, într-o primă etapă, termenii acesteia, în funcţie de variabilele de optimizare N şi S_n.

Costul total al investiţiei C_T în cele N transformatoare de putere S_n, inclusiv montarea lor, are în baza ipotezei (12.3), expresia:

$$C_T = N \cdot c_t \cdot S_n^{\frac{3}{4}} \tag{12.3}$$

unde:

c_t – cost specific, [$/kVA$^{3/4}$];

T_n – durata de amortizare a investiţiei, [ani].

Cheltuieli anuale de exploatare (C_E) ale celor N transformatoare, de putere unitară S_n, au două componente: una, datorată pierderilor de mers în gol a transformatoarelor (ΔP_0) şi alta, datorată pierderilor la sarcina nominală (ΔP_{sc}):

$$C_E = \left[N \cdot \Delta P_0 + \frac{\Delta P_{sc}}{N} \cdot \frac{S_{\max}^2}{S_n^2} \right] \cdot c_p \tag{12.4}$$

$$\Delta P_0 = \Delta p_0 \cdot S_n^{\frac{3}{4}}; \; \Delta P_{sc} = \Delta p_{sc} \cdot S_n^{\frac{3}{4}} \tag{12.5}$$

unde:

Δp_0, Δp_{sc} – pierderi specifice la mersul în gol şi în scurtcircuit, în [kW/kVA$^{3/4}$];

c_p – costul specific al puterii instalate în centrala de echivalare, în [$/kW];

S_{max} – sarcina maximă de durată a staţiei sau postului de transformare, [kVA].

Ţinînd cont de relaţiile (12.3) şi (12.4) expresia funcţiei obiectiv devine:

$$F(X) = X_1 \cdot X_2^{\frac{3}{4}} \cdot \left[\frac{c_t}{T_n} + \Delta p_0 \cdot c_p \right] + \frac{\Delta p_{sc} \cdot c_p}{X_1 \cdot X_2^{5/4}} \cdot S_{\max}^2 \tag{12.6}$$

Restricţiile care sunt impuse variabilelor X_1 şi X_2 sunt de natură tehnică:

$$g(X) \quad \begin{cases} N^{\min} \le X_1 \le N^{\max} \\ S_n^{\min} \le X_2 \le S_n^{\max} \end{cases} \tag{12.7}$$

unde:

$N^{min} = 1$; N^{max} – numărul maxim de transformatoare admis într-o staţie sau post de transformare;

S_n^{min}, S_n^{max} – puterea nominală minimă şi maximă a unei serii de transformatoare, [kVA].

Astfel, modelul dimensionării optime a unei staţii/ post de transformare, are forma următoarei probleme de optimizare neliniară:

$$\min F(X) \tag{12.8}$$

în prezenţa restricţiilor (12.7), cu:

$$X = [X_1 \equiv N; X_2 \equiv S_n]_t \tag{12.9}$$

Problema poate fi soluţionată prin metodele programării matematice neliniare, rezultând, în final, soluţia optimă:

$$X^* = \left[X_1^* \; X_2^*\right]_t \tag{12.10}$$

în baza căreia se stabilesc parametrii optimi:

- N^* – numărul optim de transformatoare;
- S_n^* – puterea nominală optimă a unui transformator;

unde:

$N^* = X_1^*$ – se adoptă numărul întreg cel mai apropiat de valoarea rezultată;

$S_n^* = X_2^*$ – se adoptă transformatorul de putere standardizată imediat superioară valorii lui X_2^*.

12.3. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Pentru diferite valori ale puterii maxime tranzitată, P_{max}, la un anumit factor de putere cos φ, se cere să se dimensioneze un post de transformare dintr-o reţea de distribuţie, care alimentează un consumator vital în privinţa continuităţii alimentării cu energie electrică. Pentru seriile transformatoarelor de medie tensiune, valorile coeficienţilor Δp_0, Δp_{sc}, c_t, c_p, T_n se iau din cataloagele firmelor constructoare.

   Se va folosi funcția Matlab ce rezolvă problemele de programare neliniară cu restricții.
3. Se vor compara rezultatele obținute pentru diverse combinații ale datelor de intrare (P_{max}, cos fi, Δp_0, Δp_{sc}, c_t, c_p, T_n) şi se vor trage concluzii cu privire la gardul de încărcare al transformatorelor.

Baza de date transformatoare electrice

Nr. crt	Sn [kVA]	Uit [kV]	Ujt [kV]	usc [%]	dUp [%]	PLOTN	i0 [%]	ΔPsc [kW]	ΔPfe [kW]
1	100	6	0.4	4	5.5	2	3.0	2.5	0.365
2	100	10	0.4	4	5.5	2	3.0	2.5	0.365
3	100	20	0.4	4	5.5	2	3.0	2.5	0.365
4	160	6	0.4	4	5.5	2	2.9	3.1	0.525
5	160	10	0.4	4	5.5	2	2.9	3.1	0.525
6	160	20	0.4	4	5.5	2	2.9	3.1	0.525
7	250	6	0.4	6	5.5	2	2.9	4.4	0.680

8	250	10	0.4	6	5.5	2	2.9	4.4	0.680
9	250	20	0.4	6	5.5	2	2.9	4.4	0.680
10	400	6	0.4	6	5.5	2	2.8	6.0	0.980
11	400	10	0.4	6	5.5	2	2.8	6.0	0.980
12	400	20	0.4	6	5.5	2	2.8	6.0	0.980
13	630	6	0.4	6	5.5	2	2.4	8.2	1.250
14	630	10	0.4	6	5.5	2	2.4	8.2	1.250
15	630	20	0.4	6	5.5	2	2.4	8.2	1.250
16	1000	6	0.4	6	5.5	2	2.0	12.0	1.950
17	1000	10	0.4	6	5.5	2	2.0	12.0	1.950
18	1000	20	0.4	6	5.5	2	2.0	12.0	1.950
19	1600	6	0.4	6	5	2	1.7	18.0	2.700
20	1600	10	0.4	6	5	2	1.7	18.0	2.700
21	1600	20	0.4	6	5	2	1.7	18.0	2.700
22	63	20	0.4	4	5	2	3.0	1.5	0.300
23	63	6	0.4	4	5	2	3.0	1.5	0.300
24	40	20	0.4	4	5	2	3.0	1.0	0.205
25	40	6	0.4	4	5	2	3.0	1.0	0.205
26	4000	20	6.3	7.5	2.5	3	1.0	33.5	6.700
27	6300	20	6.3	7.5	2.5	3	0.9	46.5	9.400
28	2000	20	6.3	6	5	2	1.7	18.0	2.700

LUCRAREA 13

OPTIMIZAREA FIABILITĂŢII SISTEMELOR DE DISTRIBUŢIE FOLOSIND PROGRAMAREA NELINIARĂ CU RESTRICȚII

13.1. Aspecte generale

Siguranţa în alimentarea cu energie electrică trebuie să răspundă cerinţelor corespunzătoare categoriilor consumatorilor alimentaţi şi să asigure continuitatea în alimentare conform condiţiilor contractuale stabilite.

Obiectivul clasic al planificării dezvoltării sistemelor electrice de distribuţie este planificarea investiţiei, pentru a asigura o alimentare economică şi fiabilă.

Fiabilitatea face parte din siguranţa în funcţionare a unui sistem, care constă în aptitudinea de a îndeplini o anumită sarcină. Conceptul de siguranţă în funcţionare grupează 4 noţiuni distincte: fiabilitatea, disponibilitatea, mentenabilitatea şi securitatea:

Fiabilitatea – se măsoară prin probabilitatea ca o entitate să-şi îndeplinească misiunea pe durata unui interval de timp dat.

Disponibilitatea – se măsoară prin probabilitatea ca o entitate să-şi îndeplinească misiunea la un moment dat. Pentru un sistem nereparabil, cele două noţiuni sunt identice.

Mentenabilitatea – este măsurată prin probabilitatea, pe un interval de timp dat, de a pune în stare de funcţionare o entitate care este defectă.

Securitatea – se măsoară prin probabilitatea ca o entitate să evite apariţia, în anumite condiţii date, a evenimentelor critice sau catastrofale.

Fiabilitatea alimentării consumatorilor constituie unul dintre cei mai importanţi indicatori de calitate. Fiabilitatea reţelelor electrice de distribuţie este determinată de fiabilitatea componentelor, arhitecturii acestora, de sarcina electrică. In situaţii "ideale" reţeaua electrică trebuie să aibă o fiabilitate "suportabilă" de consumatori. Studiile de fiabilitate necesită informaţii despre istoricul comportării componentelor, despre consecinţele economice ale defectării acestora etc.

Criteriile de fiabilitate utilizate în energetică pot fi clasificate după mai multe considerente în: criterii deterministe/probabilistice, tehnice/economice etc. Alegerea criteriului depinde în mare măsură de cei care întocmesc studiul de proiectare/ dezvoltare, de cunoştinţele şi experienţa lor. Criteriile de proiectare/dezvoltare a reţelelor electrice sunt, în general, deterministe, iar criteriul (n – 1) este aproape universal, completat uneori cu criterii specifice mai severe.

La nivel de client, fiabilitatea este percepută prin numărul de întreruperi (lungi şi scurte) pe an, durata anuală a întreruperilor, costul aferent al acestora etc.

Dintre toate metodele de calcul ale fiabilităţii sistemelor electroenergetice, prezentate în literatura de specialitate, se apreciază că modelul matematic cel mai adecvat pentru descrierea comportării în timp a unei reţele electrice de distribuţie îl constituie procesele stohastice de tip Markov.

Indicatorii de fiabilitate, corespunzători metodei lanţurilor Markov, care se calculează cu ajutorul datelor statistice, obţinute din înregistrările timpilor de funcţionare şi de defect în perioada de observaţie, sunt următorii:

- **Intensitatea de defectare**,

$$\lambda = \frac{1}{M[T_f]} \; [h^{-1}] \tag{13.1}$$

unde: $M[T_f]$ – timpul mediu de funcţionare neîntreruptă;

- **Intensitatea de reparare,**

$$\mu = \frac{1}{M[T_d]} \; [h^{-1}] \tag{13.2}$$

unde: $M[T_d]$ – timpul mediu de defect neîntrerupt;

- **Probabilitatea de funcţionare,**

$$p = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \tag{13.3}$$

- **Probabilitatea de defectare,**

$$q = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \tag{13.4}$$

- **Durata medie totală, probabilă a stării de succes,**

$$M[\alpha(T)] = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \cdot T \quad [h] \tag{13.5}$$

unde: T – timpul corespunzător pentru care se calculează indicatorii de fiabilitate;

- **Durata medie totală, probabilă a stării de refuz,**

$$M[\beta(T)] = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \cdot T \quad [h] \tag{13.6}$$

- **Durata medie de întrerupere a sistemului,**

$$DMIS = \frac{\sum M[\beta(T)]_i \cdot N_i}{\sum N_i} \quad [h] \tag{13.7}$$

unde: N_i – numărul consumatorilor în punctul de sarcină i.

13.2. Optimizarea fiabilităţii sistemelor de distribuţie

Marea majoritate a problemelor de optimizare a fiabilităţii sunt neliniare. De aceea, optimizarea fiabilităţii sistemelor electrice a necesitat elaborarea unor metode eficiente de programare neliniară pentru rezolvarea acestei probleme.

În cadrul studiului fiabilităţii sistemelor electrice de distribuţie intervin două categorii principale de probleme de optimizare:

1. *Maximizarea fiabilităţii.* Pentru o anumită structură fiabilistică a unui sistem de distribuţie, acest gen de probleme determină:

$$\max\{P_s = F(p)\} \tag{13.8}$$

   în prezenţa restricţiilor:

$$g_i(p) \le b_i, \qquad i = \overline{1, m} \tag{13.9}$$

unde:

P_S – reprezintă fiabilitatea sistemului (de exemplu, probabilitatea de succes a sistemului);

$p = [p_1, p_2, ..., p_3]$ – vectorul nivelului de fiabilitate pentru fiecare echipament sau subsistem component.

2. *Minimizarea costului sistemului.*

$$\min\{C_S = \sum_{j=1}^{n} f_j(p_j)\} \tag{13.10}$$

în prezenţa restricţiei:

$$P_S \geq P_S^{\min} \tag{13.11}$$

unde:

C_S – reprezintă costul total al sistemului;

$f_j(p_j)$ – costul subsistemului "j" în funcţie de nivelul fiabilităţii p_j;

P_S^{min} – pragul minim admis al fiabilităţii sistemului. Valoarea acestuia este impusă de criterii economice, de volum etc.

Optimizarea fiabilităţii sistemelor de distribuţie, în baza celor două criterii, se va face fie prin determinarea numărului de echipamente necesare fiecărui tip de rezervare, fie prin utilizarea unor echipamente mai fiabile.

13.3. Modelul optimizării fiabilităţii sistemelor radiale

Sistemele de distribuţie radiale reprezintă o combinaţie de subsisteme radiale (SS1, SS2, ...), alcătuite, la rândul lor, din mai multe componente (bare colectoare (B), celule de linie (CL), linii electrice (LE), transformatoare (TR), celule de transformator (CTr)), Fig. 13.1. Chiar dacă fiecare element component este la rândul său un ansamblu de alte elemente, în calculele de fiabilitate va fi tratat ca un element independent, caracterizat prin parametri de fiabilitate specifici.

Modelele structurale ale acestor subsisteme (SS1, SS2, ...) sunt, din punct de vedere de vedere al optimizării fiabilităţii lor, de tipul serie – paralel cu rezervare activă la nivel de element, Fig. 13.2.

Numărul de rezerve X_i al fiecărui element serie de tip "i", cu i = 1, 2, ..., N, formează de fapt variabila de optimizat a modelului.

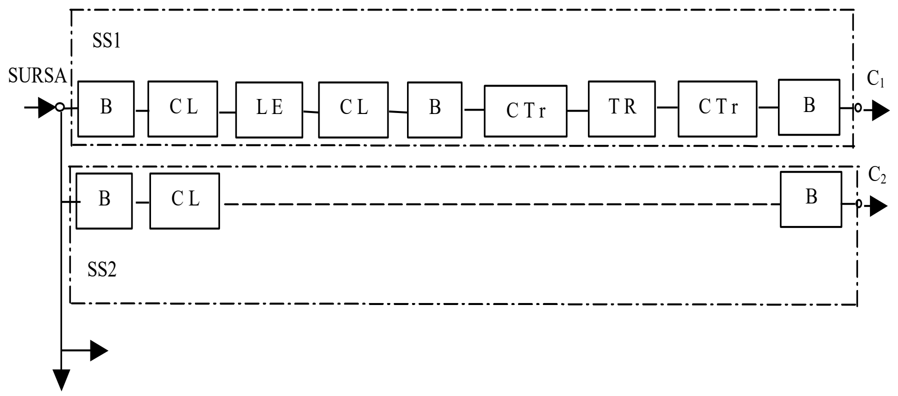

Fig. 13.1. Structura unui sistem de distribuţie radial

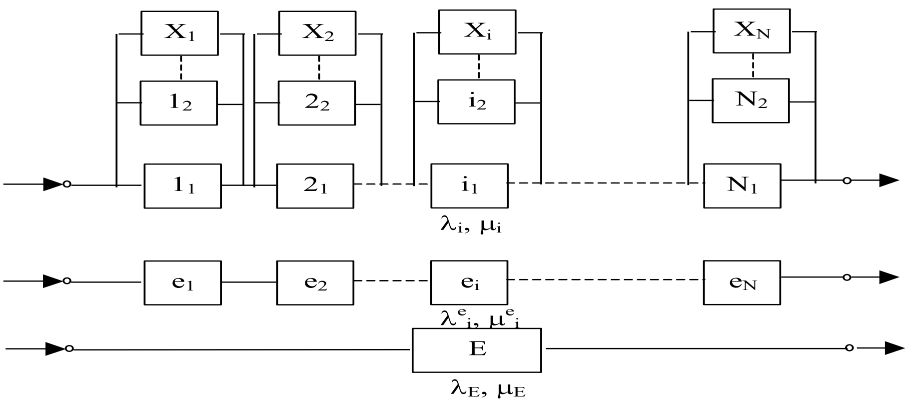

Fig. 13.2. Structura unui subsistem de distribuţie radial

Pentru optimizarea fiabilităţii structurilor componente ale sistemelor electrice de distribuţie se utilizează de regulă criteriul minimizării cheltuielilor anuale de calcul. Această minimizare se realizează în condiţiile unui prag minim al fiabilităţii sistemului, impus de considerente economice (valoarea daunelor la consumator datorită nealimentării cu energie electrică).

Ca variabile de optimizare, în cadrul modelului matematic, sunt considerate numărul X_i de elemente de rezervă (inclusiv componenta activă) pentru fiecare componentă serie de tip "*i*". Aceste variabile formează componentele vectorului variabilelor de optimizare.

13.3.1. Funcţia obiectiv

Funcția obiectiv este reprezentată de expresia cheltuielilor anuale de calcul exprimate în funcţie de variabilele de optimizat şi de vectorul fiabilităţii sistemului:

$$P_s = [p_1, p_2, ..., p_N]_t \tag{13.12}$$

adică:

$$\min CA(X, P_s) \tag{13.13}$$

Cheltuielile anuale au în structura lor următoarele componente:

$$CA = \frac{1}{T_n} I + C_E + D_\Sigma \tag{13.14}$$

unde:

I – valoarea totală a investiţiei determinată de componentele de bază ale schemei de alimentare, luând în considerare şi rezervele alocate fiecărui tip de componentă;

C_E – cheltuielile anuale de exploatare a elementelor schemei (inclusiv rezervele);

D_Σ – daune totale datorate nonfiabilităţii sistemului în studiu.

Investiţiile totale

Această componentă a funcţiei obiectiv se calculează cu ajutorul următoarei relaţii:

$$I = \sum_{i=1}^{N} X_i I_i \tag{13.15}$$

unde I_i – investiţia într-un element de tip "i", [lei/bucată].

Cheltuielile anuale de exploatare

Se pot calcula cu ajutorul expresiei:

$$C_E = C_{i,r} + C_p \tag{13.16}$$

unde:

$C_{i,r}$ – cheltuielile anuale cu personalul, întreţinerea şi reparaţiile elementelor schemei (inclusiv rezervele), reprezentând un procent de (1,2 ÷ 6)% din investiţii.

$$C_{i,r} = \sum_{i=1}^{N} p_{i,r} I_i \quad \text{[lei/an]} \tag{13.17}$$

unde:

$p_{i,r}$ – cota anuală din valoarea investiţiei pentru exploatare, întreţinere şi reparaţii;

C_p – cheltuieli anuale datorate pierderilor de putere în elementele sistemului (linii şi transformatoare) în studiu (incluzând rezervele),

$$C_p = c_p[\Delta P_L + \Delta P_{Tr}] \tag{13.18}$$

unde:

c_p – costul instalării unei puteri de 1 kW într-o centrală electrică de vârf, pentru compensarea pierderilor de putere pe elementele sistemului, în [$/an];

ΔP_L – pierderile de putere în linie (sau liniile sistemului radial în studiu, cu toate cele X_j rezerve în paralel):

$$\Delta P_L = \sum_{j \in i} \frac{1}{X_j} \Delta P_{Lj} \tag{13.19}$$

ΔP_L – pierderile de putere activă pe linia "*j*", în funcţie de puterea vehiculată pe linie, tensiune, lungime, secţiune, condiţii meteorologice etc.

ΔP_{Tr} – pierderile de putere în transformatoarele sistemului radial în studiu, cu cele X_k rezerve în paralel:

$$\Delta P_{Tr} = \sum_{\substack{k \in i \\ k \notin j}} [X_k \Delta p_{0k} + \frac{1}{X_k}\left[\frac{S_k}{S_{Tk}}\right]^2 \Delta p_{sck}] \tag{13.20}$$

Δp_{0k} – pierderile de putere activă la mersul în gol al transformatorului "*k*", în [kW];

Δp_{sck} – pierderile de putere activă la scurtcircuit ale transformatorului "*k*", în [kW];

S_{Tk} – puterea nominală a transformatorului "*k*", în [kVA];

S_k – încărcarea transformatorului "k", în [kVA].

Astfel, relaţia de calcul a cheltuielilor anuale de exploatare este:

$$C_E = \sum_{i=1}^{N} p_{i,r} I_i + c_p \left[\sum_{j \in i} \frac{1}{X_i} \Delta P_{Lj} + \sum_{\substack{k \in i \\ k \notin j}} \left(X_K \Delta p_{0k} + \frac{1}{X_k}\left[\frac{S_k}{S_{Tk}}\right]^2 \Delta p_{sk} \right) \right] \tag{13.21}$$

Pentru cazul unor linii de înaltă tensiune pot fi introduse în relaţia (13.21) şi pierderile de putere prin descărcare corona pe linii.

Daunele anuale

Această componentă a funcţiei obiectiv poate fi evaluată cu următoarea expresie:

$$D_{\Sigma} = D_{\beta} + D_{\tau} \tag{13.22}$$

unde:

D_{β} - daune reprezentând pagubele produse consumatorului prin nelivrarea de energie electrică pe perioada avariei, în [$/an];

$$D_{\beta} = P_n \cdot d_{\beta} \cdot M[\beta(t)] \tag{13.23}$$

P_n – puterea cerută de consumator în momentul întreruperii funcţionării sistemului de alimentare cu energie electrică, în [kW];

d_{β} - valoarea pagubelor provocate la consumator prin nelivrarea unei cantităţi de energie electrică de 1 kWh, în [lei/kWh];

$M[\beta(t)]$ – durata medie totală de întrerupere a funcţionării liniei în intervalul T, în [h/an].

Pentru subsistemul din Fig. 13.2. $M[\beta(t)]$ poate fi calculat cu următoarea relaţie:

$$M[\beta(t)] = \left[1 + \left(\sum_{i=1}^{N} b_i\right)^{-1}\right]^{-1} \cdot T \tag{13.24}$$

$$b_i = \left[\left(1 + \frac{\mu_i}{\lambda_i}\right)^{X_i} - 1\right]^{-1} \tag{13.25}$$

D_{τ} - daune produse consumatorului prin repunerea în funcţiune a instalaţiilor tehnologice, după fiecare întrerupere a sistemului de alimentare cu energie electrică, în [lei/an].

$$D_{\tau} = d_{\tau} \cdot M[\tau(t)] \tag{13.26}$$

d_{τ} - valoarea daunelor datorate unei singure întreruperi, în [lei/întrerupere];

$M[\tau(t)]$ – numărul mediu de întrerupere în funcţionarea sistemului de alimentare într-un interval de timp T, [întreruperi/an];

$$M[\tau(t)] = \lambda_e \cdot P_s \cdot T \tag{13.27}$$

$$\lambda_e = \sum_{i=1}^{N} X_i \cdot \mu_i \cdot b_i \tag{13.28}$$

$$P_S = \left[1 + \sum_{i=1}^{N} b_i\right]^{-1} \quad (13.29)$$

Utilizând relaţiile de mai sus, relaţia de calcul a daunelor anuale la consumator devine:

$$\begin{aligned} D = 8760 \cdot P_n \cdot d_\beta \cdot \left[1 + \left(\sum_{i=1}^{N} b_i\right)^{-1}\right]^{-1} + \\ + 8760 \cdot d_\tau \cdot \left[\sum_{i=1}^{N} X_i \cdot \mu_i \cdot b_i\right] \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^{N} b_i\right]^{-1} \end{aligned} \quad (13.30)$$

Înlocuind relaţiile (13.15), (13.21) şi (13.30) în expresia (13.14) rezultă valoarea cheltuielilor anuale, ca funcţie de variabilele de optimizat X_i şi parametrii de fiabilitate ai elementelor serie componente λ_i şi μ_i, $i = 1, 2, ..., n$.

13.3.2. Restricţiile modelului

După natura şi tipul restricţiilor impuse modelului de optimizare, acestea se pot împărţi în două grupe distincte:

Restricţii tehnice – acestea sunt impuse variabilelor de optimizare pe considerente tehnico-funcţionale a_i^{min} şi tehnico-constructive a_i^{max}, având forma:

$$a_i^{\min} \le X_i \le a_i^{\max}, \qquad i = \overline{1, N} \quad (13.31)$$

Restricţii de performanţă – acestea sunt cerute de condiţia ca sistemul la funcţionare în varianta optimă, să asigure o siguranţă în funcţionare peste o limită minimă impusă. Această limită minimă a fiabilităţii este impusă de consumator prin doi parametri:

- în cazul consumatorilor la care daunele sunt proporţionale cu durata întreruperii, parametrul impus este gradul de asigurare în alimentarea cu energie electrică, G:

$$G^{\min} = \frac{W_p - W_n^{\max}}{W_p} \cdot 100[\%] \quad (13.32)$$

unde:

W_p – cantitatea de energie planificată a fi livrată într-o anumită perioadă T;

W_n^{max} – cantitatea maximă de energie admisă a fi nelivrată în perioada T, datorită întreruperilor accidentale în instalaţiile furnizorului de energie.

În acest caz, dacă se alege ca parametru de fiabilitate al sistemului în studiu probabilitatea de succes, P_S, avem următoarele restricţii:

$$P_S \geq P_S^{\min}\ ; \quad P_S^{\min} = G^{\min}/100 \tag{13.33}$$

$$P_S = \prod_{i=1}^{N} p_s^i\ ; \qquad p_s^i = 1 - \prod_{j=1}^{X_i} q_{ij} = 1 - q_i^{X_i}\ ; \qquad q_i = \left(1 + \frac{\mu_i}{\lambda_i}\right)^{-1} \tag{13.34}$$

- pentru cazul consumatorilor la care daunele sunt proporţionale cu numărul de întreruperi în alimentarea cu energie pe o anumită perioadă (de exemplu, un an), parametrul impus este numărul maxim de întreruperi admis pe un an – NI^{max}. Parametru de fiabilitate al sistemului va fi în acest caz numărul mediu de întreruperi în funcţionarea schemei pe an, $M[\tau(t)]$ iar restricţia impusă acestuia de performanţele schemei va fi:

$$M[\tau(t)] \leq NI^{\max} \tag{13.35}$$

Funcţia obiectiv (3.14), împreună cu restricţiile (13.31), (13.33) şi (13.35) formează modelul matematic de optimizare a fiabilităţii unui sistem radial de transport al energiei electrice, cu rezervare pentru fiecare element serie al sistemului.

Modelul, prin neliniaritatea funcţiei obiectiv şi al restricţiilor impuse, formează o problemă de programare neliniară ce poate fi soluţionată numai prin metodele programării matematice.

13.4. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Se va rezolva următoarea problemă:

   Să se optimizeze fiabilitatea sistemului de alimentare radială a unui consumator de pe barele de MT ale unei staţii de transformare de 110/20 kV, situată la distanţa de 1,5 km. Schema de alimentare cuprinde, Fig. 13.3: o linie electrică în cablu 20 kV, celulă de linie echipată cu întrerupător, o celulă de transformator echipată cu separator şi un transformator de 100 kVA.

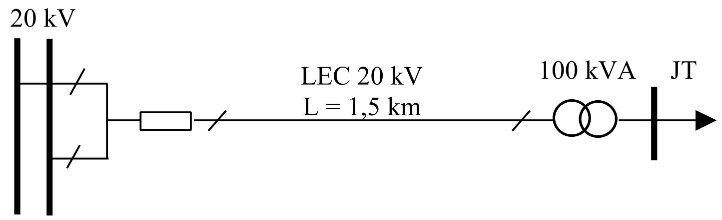

Fig. 13.3. Reţeaua de alimentare

Optimizarea fiabilităţii schemei este necesară pentru asigurarea unui grad de continuitate economic justificat în alimentarea cu energie electrică a unui consumator de 75 kVA în ipoteza unor valori diferite pentru daunele fixe pe întrerupere, respectiv daunele proporţionale cu durata întreruperii.

Indicatorii de fiabilitate pentru elementele componente ale schemei de alimentare sunt:

Tabelul 13.1. Indicatorilor de fiabilitate pentru principalele echipamente electrice

Echipamentul	Indicatorii de fiabilitate [10^{-4} h^{-1}]	
	Intensitate de defectare λ	Intensitatea de reparare μ
Intrerupătoare (fără dispozitive de acţionare)	0,010 ÷ 0,020	500,0 ÷ 1000,0
Separatoare	0,001 ÷ 0,004	400,0 ÷ 800,00
Transformatoare	0,010 ÷ 0,020	50,00 ÷ 100,00
Bare colectoare	0,010 ÷ 0,040	400,0 ÷ 600,00
LEC 20 kV	0,200 ÷ 0,400	100,0 ÷ 200,00

LUCRAREA 14

REPARTIZAREA SARCINILOR ÎNTRE GRUPURILE UNEI CENTRALE ELECTRICE FOLOSIND PROGRAMAREA DINAMICĂ

14.1. Aspecte generale

Programarea dinamică (PD) constituie una dintre cele mai eficiente metode de rezolvare a problemelor de optimizare, indiferent de domeniul de aplicare.

În principiu, această programare se aplică unor probleme în care deciziile au mai multe etape şi care din punct de vedere al formalismului matematic sunt identice. Fiecare din aceste etape este caracterizată printr-o variabilă de control. Aplicarea programării dinamice presupune rezolvarea succesivă a unui număr de N subprobleme, începând cu una corespunzătoare primelor 2 etape şi sfârşind cu ultima, ce va da soluţia problemei iniţiale.

Modelul problemei de programare dinamică constă în găsirea extremului unei funcţii de N variabile, definită pe domeniul determinat de restricţiile modelului:

FO: $$\max F(X_1, X_2, \ldots, X_N) = g_1(X_1) + g_2(X_2) + \ldots + g_N(X_N) \qquad (14.1)$$

RE: $$X_1 + X_2 + \ldots + X_N = X \qquad (14.2)$$

$$X_1, X_2, \ldots, X_N \geq 0 \qquad (14.3)$$

Termenul "dinamic" este sugerat de faptul că resursa X este repartizată succesiv primei activităţi, X_1, activităţii a doua, X_2, si aşa mai departe, până la ultima activitate X_N. Din activitatea i se obţine venitul $g_i(X_i)$.

Metoda programării dinamice se bazează pe principiul de optimalitate. Conform acestui principiu, o strategie optimă are proprietatea că, oricare ar fi starea iniţială şi decizia iniţială, deciziile rămase trebuie să constituie o strategie optimă în raport cu starea care rezultă din prima strategie.

Conform principiului de optimalitate avem:

$$F_N(X) = \max_{0 \le X_N \le X} \{g_N(X_N) + F_{N-1}(X - X_N)\} \tag{14.4}$$

Relaţia de recurenţă (14.4.) se mai numeşte ecuaţia fundamentală a programării dinamice.

14.2. Formarea tabelului de strategii

Pentru a determina soluţia optimală a unei probleme prin programare dinamică se calculează mai întâi veniturile optimale pentru o reţea finită de valori ale resursei X.

În acest sens se consideră mulţimea de valori $\{F_N(X)\}$, ale funcţiei $F_N(X)$, pe intervalul $[0, X]$, folosind valorile luate de funcţia respectivă pe reţeaua finită $X = 0, \Delta, 2\Delta, \ldots, R\Delta$, în care $\{F_N(X)\}$ reprezintă şirul de valori optimale corespunzător acestei secvenţe, iar Δ reprezintă pasul de discretizare. Există trei variabile care se modifică astfel: $X_k = [0, X]$, $X = [0, X_{max}]$ şi $k = [1, N]$. Se parcurg următorii paşi:

- $N = 1$, $F_1(X) = g_1(X)$; $X_1(X) = X$

  iar valorile $F_1(X)$ şi $X_1(X)$ se trec într-un tabel general, Tabelul 14.1.

Tabelul 14.1. Tabelul general al veniturilor optimale

x	$F_1(X)$	$X_1(X)$	$F_2(X)$	$X_2(X)$	…	$F_N(X)$	$X_N(X)$
Δ							
2Δ							
⋮							
$R\Delta$							

- $N = 2$, $F_2(X) = \max_{0 \le X_2 \le X} \{g_2(X_2) + F_1(X - X_2)\}$

  Pentru $X = \Delta \Rightarrow X_2 = 0$; $X_2 = \Delta$ astfel încât:

$$F_2(X) = \max_{X_2} \{(g_2(0) + F_1(\Delta)), (g_2(\Delta) + F_1(0))\}$$

  Se alege maximul, iar argumentul corespunzător se completează în Tabelul 14.1.

Pentru $X = 2\Delta \Rightarrow X_2 = 0$; $X_2 = \Delta$; $X_2 = 2\Delta$ astfel încât:

$$F_2(X) = \max_{0 \le X_2 \le X} \{(g_2(0) + F_1(2\Delta)), (g_2(\Delta) + F_1(\Delta)), (g_2(2\Delta) + F_1(0))\}$$

Se alege maximul şi argumentul corespunzător se trece în Tabelul 14.1. Acest lucru continuă până în momentul în care X ia toate valoarile până la RΔ şi se completează coloanele corespunzătoare lui $F_2(X)$ şi $X_2(X)$.

Acest raţionament se continuă până la completarea întregului tabel, adică se face succesiv $N = 3, ..., N$.

Din Tabelul 14.1 se extrag coloanele corespunzătoare lui X, obţinând astfel tabelul de strategii, Tabelul 14.2.

Tabelul 14.2. Tabelul de strategii

X	$X_1(X)$	$X_2(X)$	...	$X_N(X)$
Δ				
2Δ				
$\vdots$				
$R\Delta$				X_N

Din tabelul de strategii, printr-o tehnică de retrosubstituţie, se obţin pe rând X_N, X_{N-1}, X_{N-2} ... până la X_1, ceea ce reprezintă şi soluţia optimală a problemei respective.

14.3. Exemplu numeric

Pentru realizarea a 5 obiective energetice este alocată suma de 6 unități monetare (u.m.). Beneficiile pentru fiecare obiectiv energetic sunt prezentate în Tabelul 14.3.

Mărimea beneficiului care se va obține depinde atât de dimensiunea investiției cât și de cea a obiectivului respectiv. Pentru simplificare, se presupune că beneficiul obținut pentru fiecare obiectiv în parte este independent de mărimea investiției făcute în rest și că sumele care urmează să fie atribuite fiecărui obiectiv sunt exprimate în unități monetare.

Să se repartizeze investiția astfel încât beneficiul global să fie maxim.

Tabelul 14.3. Tabelul de activități

X	Beneficiul				
	$g_1(D)$	$g_2(D)$	$g_3(D)$	$g_4(D)$	$g_5(D)$
0	0	0	0	0	0
1	0,20	0,30	0,25	0,27	0,22
2	0,31	0,45	0,35	0,40	0,37
3	0,53	0,50	0,47	0,58	0,55
4	0,76	0,65	0,60	0,70	0,68
5	0,80	0,82	0,78	0,85	0,75
6	0,90	0,95	0,87	0,92	0,82

Dacă se notează cu $g_i(d_i)$ beneficiul obținut în obiectivul i în cazul în care acesta primește suma d_i, atunci problema care trebuie rezolvată constă în determinarea sumelor investite în fiecare obiectiv, d_i. Modelul matematic este următorul:

$$\textbf{FO}: \quad \max \sum_{i=1}^{5} g_i(d_i)$$

$$\textbf{RE}: \quad \sum_{i=1}^{5} \leq 6$$

$$\textbf{CN}: \quad d_i \geq 0 \quad (\forall)\ i = 1, 5$$

Relația de recurență care va fi folosită este reprezentată de ecuația fundamentală a programării dinamice:

$$F_N(d_N) = \max_{0 \leq X_N \leq X} \{g_N(d_N) + F_{N-1}(D - d_N\} \quad N = 1, 5 \quad g_0(d_0) = 0$$

Pe baza algoritmului de calcul avem:

$$k = [1, N]; \quad D = [0, D_{\max}]; \quad d_k = [0, D].$$

In continuare se va construi și completa tabelul de venituri optimale:

Tabelul 14.4. Tabelul de venituri optimale

D	$F_1(D)$	$d_1(D)$	$F_2(D)$	$d_2(D)$	$F_3(D)$	$d_3(D)$	$F_4(D)$	$d_4(D)$	$F_5(D)$	$d_5(D)$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,20	1	0,30	1	0,40	1	0,50	1	0,60	1
2	0,31	2	0,50	1	0,60	1	0,70	1	0,70	1
3	0,53	3	0,61	1	0,70	1	0,75	1	0,98	1
4	0,76	4	0,65	1	0,80	1	0,85	1	0,99	1
5	0,80	5	0,85	1	0,90	1	0,95	1	1,05	1
6	0,90	6	0,95	1	0,98	1	1,05	1	1,10	2

- $N = 1, \quad F_1(D) = g_1(D), \quad d_1(D) = D.$

- $N = 2, \quad F_2(D) = \max\limits_{d_2}\{g_2(d_2) + F_1(D - d_2)\}$

$D = \Delta \qquad d_2 = 0 \quad g_2(0) + F_1(\Delta - 0) = 0 + 0{,}20 = 0{,}20$

$\qquad\qquad d_2 = \Delta \quad g_2(\Delta) + F_1(\Delta - \Delta) = 0{,}30 + 0 = 0{,}30$

$D = 2\Delta \qquad d_2 = 0 \quad g_2(0) + F_1(2\Delta - 0) = 0 + 0{,}31 = 0{,}31$

$\qquad\qquad d_2 = \Delta \quad g_2(\Delta) + F_1(2\Delta - \Delta) = 0{,}30 + 0{,}20 = 0{,}50$

$\qquad\qquad d_2 = 2\Delta \quad g_2(2\Delta) + F_1(2\Delta - 2\Delta) = 0{,}45 + 0 = 0{,}45$

Din tabelul veniturilor optimale se extrage tabelul de strategii:

Tabelul 14.5. Tabelul de venituri optimale

D	d_1(D)	d_2(D)	d_3(D)	d_4(D)	d_5(D)
0	0	0	0	0	0
1	**1**	1	1	1	1
2	2	**1**	1	1	1
3	3	1	**1**	1	1
4	4	1	1	**1**	1
5	5	1	1	1	1
6	6	1	1	1	**2**

6 - 2

4 - 1

Soluția optimală este:

$$D = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

aceasta satisfăcând toate restricțiile modelului matematic.

14.4. Repartizarea sarcinilor între grupurile unei centrale

În repartizarea optimală a sarcinilor între grupurile unei centrale termoelectrice, modelul de optimizare corespunzător are forma generală:

$$\textbf{FO}: \quad \min\left(B(P)\right) = \min\left(\sum_{i=1}^{n_g} B_i(P_i)\right) = \min\left(\sum_{i=1}^{n_g} \left(B_{2i}P_i^2 + B_{1i}P_i + B_{0i}\right)\right) \tag{14.5}$$

$$\textbf{RE}: \quad P_i^{\min} \le P_i \le P_i^{\max}, \quad i = 1,\ldots,n_g \tag{14.6}$$

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_c \tag{14.7}$$

În restricția (14.7) puterea activă totală cerută, P_c, include, pe lângă puterea cerută de sistem și puterea consumată în serviciile proprii ale centralei respective.

Pentru un grup oarecare, plecând de la expresia consumului de combustibil:

$$B(P) = B_2P^2 + B_1P + B_0 \tag{14.8}$$

se poate obține costul combustibilului consumat, prin înmulțire cu c_0 [$/tcc]:

$$C(P) = C_2P^2 + C_1P + C_0 \tag{14.9}$$

Relațiile (14.8) și (14.9) permit să se deducă costul specific al combustibilului CS (($/MWh), consumul specific BS [tcc/MWh], costul incremental c [$/tcc] și consumul incremental b [tcc/MWh].

$$CS(P) = \frac{C(P)}{P} = C_2P + C_1 + \frac{C_0}{P} \qquad [\$/\text{MWh}] \tag{14.10}$$

$$c(P) = \frac{\partial C(P)}{\partial P} = 2C_2P + C_1 \qquad [\$/\text{MWh}] \tag{14.11}$$

$$BS(P) = \frac{B(P)}{P} = B_2P + B_1 + \frac{B_0}{P} \qquad [\text{tcc/MWh}] \tag{14.12}$$

$$b(P) = \frac{\partial B(P)}{\partial P} = 2B_2P + B_1 \qquad [\text{tcc/MWh}] \tag{14.13}$$

Pentru a determina coeficienții ce intervin în aceste relații se apelează fie la curbele de performanță trasate de constructorul echipamentului, fie la curbele reale (corectate cu pierderile de apă și abur, randamentul real al cazanului etc.). Este recomandat să se folosească acestea din urmă, deoarece includ și uzura echipamentului energetic.

Dacă în modelul matematic (14.5) – (14.7) se fac următoarele translări de simboluri:

$$X \to P_c,\ X_N \to P_N,\ X_k \to P_k,\ g_N(X_N) \to B_N(P_N), \tag{14.14}$$

pentru repartizarea economică a puterii pe cele $N = NG = n_g$ grupuri ale centralei considerate, ecuația fundamentală a programării dinamice va avea următoarea formă:

$$F_N(P_C) = \min_{P^{\min} \le P_N \le P^{\max}} \left\{ B_N(P_N) + F_{N-1}(P_C - P_N) \right\} \quad N = 2,3,...,NG \qquad (14.15)$$

Utilizând această relație și luând un pas, Δ, convenabil, cu ajutorul unui program de calcul adecvat se vor completa tabelele de strategii $P_i(P_c)$. Pasul Δ trebuie să fie un divizor comun al valorilor P_i^{min} şi P_i^{max}, i = 1, …, n_g.

14.5. Desfășurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Se studiază exemplul numeric prezentat în Paragraful 14.3.
3. Se va rezolva următoarea problemă:

Dacă se cunoaşte puterea cerută unei centrale termoelectrice cu două grupuri şi caracteristicile de funcţionare ale acestora, să se determine împărţirea sarcinii între grupuri astfel încît pe total să avem un consum minim corespunzător unei cereri de putere de 400, 600, 800 respectiv 1000 MW.

Caracteristicile de funcţionare şi limitele tehnice corespunzătoare celor două grupuri sunt:

$$B_1(P_1) = P_1^2 \cdot 0{,}00107 + P_1 \cdot 7{,}74 + 793{,}22, \quad 100 \le P_1 \le 600 MW$$

$$B_2(P_2) = P_2^2 \cdot 0{,}00072 + P_2 \cdot 7{,}72 + 1194{,}6, \quad 100 \le P_2 \le 800 MW$$

LUCRAREA 15

STRATEGII PRIVIND ECONOMIA DE ENERGIE ÎN REȚELELE ELECTRICE

15.1. Aspecte generale

În funcţie de creşterea sarcinilor şi a pretenţiilor consumatorilor în ceea ce priveşte calitatea şi continuitatea în alimentarea cu energie electrică, apare periodic necesitatea executării unor lucrări de modernizare și dezvoltare a instalaţiilor energetice. Din practica de proiectare din diverse ţări, s-a dovedit că, pentru o dimensionare raţională, din punct de vedere tehnico-economic, este necesar să se stabilească nivelul de consum actual, un calcul relativ exact pentru următorii 5 – 10 ani şi un altul, cu o precizie mai mică, pentru o perioadă de timp de 15 – 20 ani.

Obiectivul clasic al planificării dezvoltării reţelelor electrice de distribuţie este planificarea investiției, pentru a asigura o alimentare economică şi fiabilă. Procesul de decizie este unul complex, care presupune examinarea mai multor aspecte: soluţii multiple pentru posturile de transformare, soluţii multiple pentru traseele liniilor/cablurilor, soluţii multiple pentru etapele de investiţie, respectiv incertitudinea evoluţiei cererii, costului investiției, disponibilităţii echipamentului.

Un caz particular, dar important şi frecvent, îl constituie modernizarea instalaţiilor energetice. Modernizarea instalaţiilor electrice este impusă de unul din următorii factori:

Uzura. Materialele, echipamentele, instalaţiile nu mai sunt capabile să răspundă de o manieră satisfăcătoare cerinţelor funcţionale iniţiale prin: rata de defectare considerată inacceptabilă, respectiv necesitate sporită de întreţinere sau de reparare.

Depreciere tehnologică. Echipamentul sau instalaţia satisfac încă cerinţelor funcţionale iniţiale, dar tehnologia sa, învechită, pune numeroase probleme pentru mentenanţă (componente de schimb, formaţii/echipe de întreţinere etc.).

Inadaptare tehnică. Aceasta se poate datora:

- dezvoltării reţelei: creşterii puterii de scurtcircuit, întrerupătoarele având o putere de scurtcircuit insuficientă;
- cerinţelor noi pentru conducerea reţelei;
- cerinţelor noi de fiabilitate ale echipamentelor;
- cerinţelor datorate noilor reglementari (proximităţi, securitate în raport cu alte lucrări).

Restricţii de mediu şi amenajarea teritoriului.

În cadrul modernizării, un capitol aparte îl ocupă reţelele electrice rurale de 20 kV. Satisfacerea necesităţilor crescânde ale consumatorilor cu energie electrică şi apariţia unor noi consumatori în zonele rurale s-a realizat, de-a lungul anilor, în principal, prin adăugarea unor noi derivaţii şi prin lungirea axelor de 20 kV. Această soluţie a condus, în timp, la creşterea lungimii axelor rurale, care ajung în unele regiuni, până la zeci de km şi chiar mai mult. Principalele consecinţe ale acestor soluţii sunt: creşterea în timp a pierderilor de energie electrică pe axele rurale 20 kV, respectiv scăderea fiabilităţii reţelelor electrice şi a calităţii serviciului oferit consumatorilor din mediul rural.

Astfel, apare periodic necesitatea executării unor lucrări de îmbunătăţire a caracteristicilor instalaţiilor din reţelele electrice de distribuţie. În cadrul lucrării sunt prezentate două soluții bazate pe utilizarea eficientă a transformatorelor din posturile de transformare care conduc în final la o economie de energie în reţelele electrice:

- înlocuirea transformatoarelor supra si sub încărcate cu transformatoare dimensionate corespunzător, având același standard de fabricație sau unul superior, iar cele dimensionate corespunzător vor fi înlocuite cu altele având standard de fabricație superior. Înlocuirea se va face cu transformatoare aflate la dispoziția companiei de distribuție în parcul propriu.
- Înlocuirea transformatoarelor cu standarde vechi de fabricație cu transformatoare eficiente din punct de vedere al pierderilor de putere (standardul european EN 50464).

15.2. Strategii privind economia de energie în rețelele electrice

Creșterea eficienței rețelelor electrice echivalează cu punerea la dispoziție companiilor de distribuție a unei cantități suplimentare de energie electrică prin reducerea pierderilor de energie electrică. Astfel, se vor reduce investițiile în capacități noi de producere a energiei electrice și de transport și distribuție a acesteia către consumatori.

Rețelele electrice de distribuție a energiei electrice din țara noastră, dar și din Europa, sunt caracterizate prin faptul că marea majoritate a instalațiilor electrice se află la sfârțitul duratei de viață. Astfel, în perioada imediat următoare, marea majoritate a instalațiilor din rețelele electrice de distribuție va fi înlocuită. În acest context, companiile de distribuție trebuie să propună și să pună în aplicare strategii care să conducă la îmbunătățirea eficienței energetice.

În ceea ce privește eficiența energetică, companiile de distribuţie a energiei electrice din România realizează permanent programe multianuale de investiţii care au în vedere acest aspect. Printre obiectivele generale ale strategiilor de dezvoltare/modernizare ale reţelelor de distribuţie pot fi enumerate:

- creşterea siguranţei în alimentarea cu energie electrică a tuturor consumatorilor;
- reducerea pierderilor de energie electrică;
- creşterea gradului de securitate în exploatarea instalaţiilor electrice şi a siguranţei în funcţionare;
- scăderea numărului de defecte în instalaţiile electrice şi a timpilor de întrerupere în alimentarea cu energie electrică a consumatorilor;
- asigurarea parametrilor de calitate a energiei electrice furnizate în conformitate cu reglementările Autorităţii Naţionale de Reglementare în Domeniul Energieie (ANRE);
- reducerea cantităţilor de energie electrică nelivrată consumatorilor ca urmare a întreruperilor accidentale;
- reducerea cheltuielilor cu mentenanţa şi reparaţiile.

Măsurile care pot fi adoptate pentru atingerea acestor obiective sunt următoarele:

- modernizarea stațiilor de transformare 110/20/6 kV și a posturilor de transformare 20/0,4 kV;
- trecerea instalaţiilor de la nivelul de tensiune de 6 kV la nivelul de 20 kV;
- dezvoltarea sistemului de automatizare a distribuţiei (SAD) prin montarea de reanclanşatoare şi separatoare telecomandate;
- integrarea în SCADA a tuturor staţiilor de transformare IT/MT;
- introducerea contoarelor smart;
- montarea regulatoarelor automate de teniune în staţiilor de transformare IT/MT;
- extinderea sistemului de telegestiune şi monitorizare a parametrilor de calitate a energiei electrice.

Realizarea tuturor obiectivelor este orientată spre o mai bună satisfacere a clienţilor alimentați din punct de vedere al calității energiei, spre o politică de dezvoltare energetică durabilă dar şi spre obţinerea unor performanţe economice cât mai ridicate.

15.3. Folosirea transformatoarelor eficiente în rețelele electrice

Majoritatea transformatoarelor au standarde de fabricație cu pierderi de putere (dependente și independendente de sarcină) mari. De aceea, companiile de distribuție au în vedere strategii prin intermediul cărora aceste transformatoare să fie înlocuite treptat cu transformatoare eficiente din punct de vedere al pierderilor. Standardele internaționale referitoare la cerințele minime de performanță energetică pentru reducerea pierderilor de energie au înregistrat progrese semnificative, astfel încât randamentul transformatoarelor eficiente se situază astăzi în jurul valorii 99 %. În Fig. 15.1 se prezintă o comparație privind cerințele standardelor internaționale în ceea ce privește randamentul transformatoarelor la o încărcare a acestora de 50 % din sarcina nominală.

La nivelul Uniunii Europene este în vigoare standardul EN 50464 însoțit de notațiile A_0 respectiv B_k corespunzătoare valorilor pierderilor independente, respectiv dependente de sarcină. În rețelele de distribuție din multe țări din lume există și transformatoare având la bază standardul de fabricație din anii 70, așa cum este și cazul României.

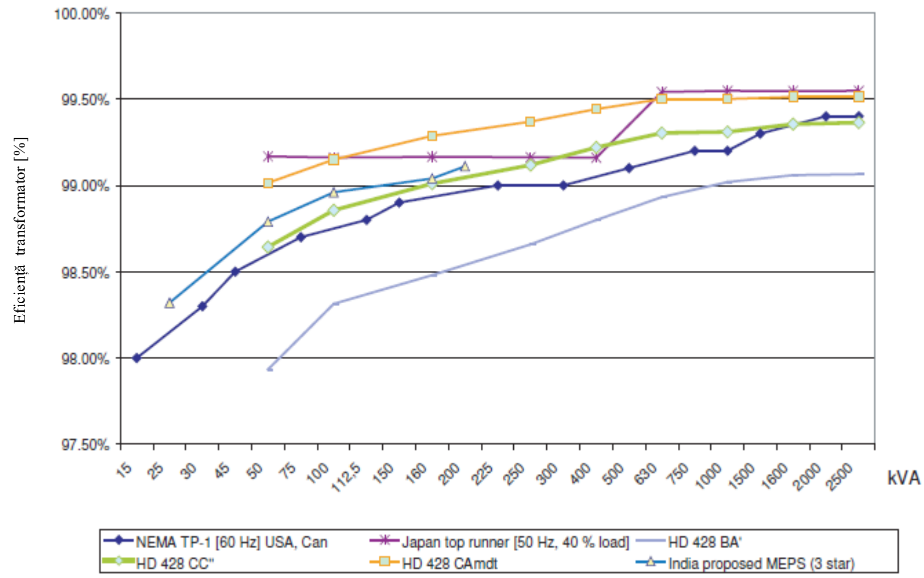

Fig. 15. 1. Standardele internaționale în ceea ce privește randamentul transformatoarelor la o încărcare de 50 % din sarcina nominală.

În Fig. 15.2 se prezintă, ca exemplu, valorile comparative ale pierderilor de putere ale unui transformator cu puterea nominală S_n = 1000 kVA, cu o încărcare de 50 %, în conformitate cu standardelor internaționale și din România.

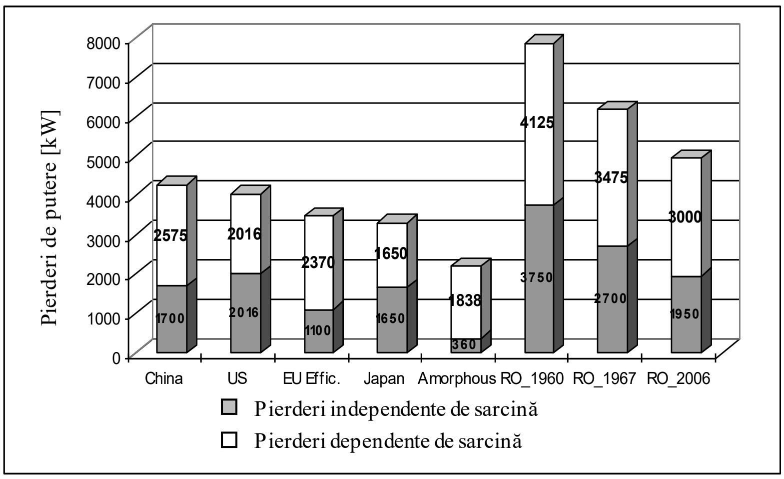

Fig. 15.2. Comparație între pierderile totale de putere ale unui transformator cu S_n = 1000 kVA (încarcat la 50 % din sarcina nominală) având standarde superioare de fabricație față de cele din România

14.5. Desfăşurarea lucrării

1. Se studiază textul lucrării.
2. Se va rezolva următoarea problemă:

Se consideră 10 posturi de transformare 20/0,4 kV echipate cu transformatoare având puterile nominale și standardele de fabricație prezentate în Tabelul 5.1.

Standardul de fabricație	înainte 1972	După 1972	NTE 006/06/06	Total
Număr [buc]	3	5	2	10
Număr [%]	24	63	14	100%

Variantele de studiu adoptate sunt următoarele:

- **Varianta V_I** - înlocuire cu standard NTE 006/06/06 (după tehnologia de fabricație din anii 1990) pentru transformatoarele cu standardele <1972 și >1972, respectiv identic pentru transformatoarele cu standardul NTE 006/06/06. În situația în care în parcul de transformatoare nu se mai găsesc transformatoare cu standard NTE 006/06/06, atunci acele transformatoare cu standardele <1972 și >1972 vor fi înlocuite cu standardul > 1972.
- **Varianta V_II** - înlocuire cu transformatoare eficiente (Standard european EN 50464).

Se vor analiza rezultatele din punct de vedere al gradului de încărcare și nivelului pierderilor de putere.

În Tabelele 15.2, 15.3, 15.4 și 15.5 sunt prezentate caracteristicile tehnice ale transformatoarelor în funcție de standardele de performanță.

Tabelul 15.2. Caracteristicile tehnice ale transformatoarelor având standardul de performanță < 1972

Sn [kVA]	40	63	100	160	250	400
Psc [kW]	2.4	2.5	2.76	3.72	5.04	6.85
Po [kW]	0.4	0.45	0.6	0.89	1.1	1.47

Tabelul 15.3. Caracteristicile tehnice ale transformatoarelor având standardul de performanță > 1972

Sn [kVA]	40	63	100	160	250	400
Psc [kW]	1	1.5	2.3	3.1	4.4	6
Po [kW]	0.23	0.3	0.35	0.525	0.68	0.94

Tabelul 15.4. Caracteristicile tehnice ale transformatoarelor având standardul de performanță NTE 006/06/06

Sn [kVA]	40	63	100	160	250	400
Psc [kW]	0.985	1.35	1.75	2.35	3.25	4.6
Po [kW]	0.185	0.25	0.32	0.46	0.65	0.93

Tabelul 15.5. Caracteristicile tehnice ale transformatoarelor eficiente

Sn [kVA]	40	63	100	160	250	400
Psc [kW]	0.8	0.875	1.475	2	2.75	3.85
Po [kW]	0.1	0.11	0.2	0.29	0.4	0.57

BIBLIOGRAFIE

[1]. Albert Hermina, Mihăilescu A., Pierderi de putere şi energie în reţelele electrice, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1997.

[2]. Arion V., Codreanu S., Bazele calcului tehnico-economic al sistemelor de transport şi distribuţie a energiei electrice, Ed. U.T.M., Chişinău, 1998.

[3]. Bobric E.C., Cârţină Gh., Grigoraş Gh., Tehnici de optimizare în energetică, Editura Didactică şi pedagogică, Bucuresti, 2008.

[4]. Buta A., Pană A., Jude A., Aplatizarea curbelor de sarcină, mijloc de eficientizare a sistemelor de energie, Energetica, 2004, Nr. 11, pp. 484 – 486.

[5]. Boulaxis N.G., Papadopoulos M.P., Optimal feeder routing in distribution system planning using dynamic programming techique and GIS facilities, IEEE Trans. on Power Delivery, 2002, January, Vol. 17, No. 1, pp. 242 - 247.

[6]. Cabanel J., Loi paysage et réseau électrique, Actes du Colloque International "Lignes Electriques et Environment", Metz, 1996, 6 – 8 June, pp. 91 – 94.

[7]. Cârţină Gh., Optimizarea şi dispecerizarea proceselor electroenergetice, Indrumar de laborator, Tipar Rotaprint IPI, 1988.

[8]. Cârţină Gh., Optimizarea şi dispecerizarea proceselor electroenergetice, Tipar Rotaprint IPI, 1989.

[9]. Gh. Cârţină, V. Alexandrescu, E. Voinea, M. Muşat: Minimum emission control using the existing components, Proceedings of National Energy Conference, CNE'98, vol. 3, 1998, Neptun, Romania, pp. 86 - 90.

[10]. Cârţină Gh., Grigoraş Gh., Inteligenţa artificială. Oprtimizări în energetică, Casa de Editură Venus, Iaşi, 2001.

[11]. Cârţină Gh., Grigoraş Gh., Tehnici moderne de optimizare. Aplicaţii în energetică, Casa de Editură Venus, Iaşi, 2002.

[12]. Cârţină Gh., Song Y.H., Grigoraş Gh., Optimal Operation and Planning of Power Systems, Casa de Editură VENUS, Iaşi, 2003.

[13]. Cocan M., Vasilescu Anca, Programarea matematică folosind MS Excel Solver, Management Scientist, Matlab, Ed. Albastră, Cluj-Napoca, 2000.

[14]. Desmas T., Ancelin C, Reliability Methods and Dependability, EdF, DER, 93NB00062, 1992, February.

[15]. Dillon T. S., Laughton M. A., Expert System Apllications in Power Systems, Prentice – Hall, New York, 1990.

[16]. Eremia M., Petricică D., Bulac A.I., Bulac C., Trişţiu I., Tehnici de inteligenţă artificială. Concepte şi aplicaţii în sistemele electroenergetice, Ed. AGIR, Bucureşti, 2001.

[17]. Ghinea M, Fireţeanu V., Matlab. Calcul numeric, grafică, aplicaţii, Ed. Teora, Bucureşti, 1997.

[18]. Grigoraş Gh., Metode numerice. Aplicații în Matlab, Vol. II, Editura PIM, Iasi, 2012.

[19]. Grigoraș Gh. Gavrilaș M., Buliga S., Strugaru C., Solutions Regarding the Efficient Use of Transformers in Electric Distribution Networks, Energetica, 2015, vol. 63, nr. 4, pp. 145 – 149.

[20]. Grigoraş Gh., Scarlatache Fl., Metode numerice. Aplicații practice, Editura PIM, Iași, 2014.

[21]. Ionescu Gh., Cazan E., Negruţă A. L., Modelarea şi optimizarea deciziilor manageriale, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1999.

[22]. Iordache M., Conecini I., Calitatea energiei electrice, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1997.

[23]. Miclescu Th., Bazacliu G., Optimizări în sistemele energetice, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1977.

[24]. Momoh J., Electric power system applications of optimization, Marcel Dekker Inc., New York – Basel, 2001.

[25]. Munteanu F., Ivas D., Nemeş C., Ingineria disponibilităţii subsistemelor de distribuţie a energiei electrice, Ed. Spectrum, Iaşi, 1999.

[26]. Nitu V. I., ş.a., Fiabilitatea instalaţiilor energetice. Culegere de probleme pentru energeticieni, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1979.

[27]. Regia autonomă de electricitate – RENEL, Normativ privind metodele şi elementele de calcul ale instalaţiilor energetice, PE 013/1994, Bucureşti, 1995.

[28]. Sarchiz D., Optimizări în electroenergetică, Centrul naţional de inovare, Tîrgu Mureş, 1993.

[29]. Sorin T., Tehnici de programare, Ed. Teora, Bucureşti, 1994.

[30]. Steitz Th., Haubrich H. J., Bovy A., Reliability Evaluation of Power Distribution Systems with Local Generation Using Fuzzy Sets, the 11th PSCC Avignion, 1993, 30.08 – 3.09, Vol. 1, pp. 39 – 45.

[31]. Trandafir R., Modele şi algoritmi de optimizare, Editura AGIR, Bucureşti, 2004.

[32]. UNIPEDE, Distribution Network Configuration and Design: Likely Trends in Distribution Systems, Distribution Study Committee 50.04. DISNET, 1995, September.